

## ПРОБЛЕМЫ ОБНАРУЖЕНИЯ И ИСПРАВЛЕНИЯ ОШИБОК В ЛИНИЯХ СВЯЗИ

© 2016 А. В. Сергеев, Х. И. Бешер, В. В. Кузнецов

*Российский новый университет  
Воронежский институт высоких технологий  
Воронежский институт государственной противопожарной службы МЧС России*

*В статье обсуждаются особенности помехоустойчивого кодирования в каналах связи. Способности кода к обнаружению и исправлению ошибок зависят от его минимального кодового расстояния.*

*Ключевые слова: канал связи помехоустойчивое кодирование, ошибка, бит.*

Вследствие особенностей физических процессов, порождающих их, ошибки в некоторых типах носителей (например, радио) чаще бывают не единичными, а групповыми. В этом есть как положительные, так и отрицательные стороны. Положительной чертой является то, что ошибки затрагивают лишь немногие блоки данных. Представьте себе блок размером в 1000 бит при вероятности ошибки 0,001 на бит. Если бы ошибки были независимыми, то очень большой процент блоков содержал бы ошибки. Однако если ошибки приходят пакетами, искажая по 100 бит подряд, то из 100 блоков будут испорчены в среднем только один или два блока. Неудобством группирования ошибок является то, что их значительно труднее обнаружить и исправить, чем изолированные ошибки.

Решение такой проблемы состоит в использовании таких методов кодирования информации, которые позволили бы контролировать правильность передачи (хранения) и при обнаружении ошибки исправлять ее. Помехоустойчивыми называются коды, позволяющие обнаружить и при необходимости исправить ошибки в принятом сообщении.

Разработчики сетей создали две основные стратегии для борьбы с ошибками. Каждый метод основывается на добавлении к передаваемым данным некоторой избыточной информации. В одном случае этой информации должно быть достаточно, чтобы с большой вероятностью обнаружить наличие искаженных битов. В другом случае избыточ-

ной информации должно быть достаточно даже для того, чтобы восстановить поврежденный блок данных. Коды, применяемые в обоих случаях, называются помехоустойчивыми. Коды, позволяющие исправлять ошибки, называются корректирующими или кодами с исправлением ошибок.

Чтобы понять, как могут обнаруживаться и исправляться ошибки, необходимо рассмотреть подробнее, что представляет собой ошибка. Обычно кадр состоит из  $m$  бит данных (то есть информационных) и  $r$  избыточных или контрольных битов. Пусть полная длина кадра равна  $n$  (то есть  $n = m + r$ ). Набор из  $n$  бит, содержащий информационные и контрольные биты, часто называют  $n$ -битовым кодовым словом или кодовой комбинацией.

Если рассмотреть два кодовых слова, например, 10001001 и 10110001, можно определить число отличающихся в них соответствующих разрядов. В данном примере отличаются три бита. Для нахождения этого числа нужно сложить два кодовых слова по модулю 2 (операция «исключающее или») и сосчитать количество единиц в результате. Количество бит, которыми отличаются два кодовых слова, называется кодовым расстоянием или расстоянием между кодовыми комбинациями в смысле Хэмминга (Hamming). Смысл этого числа в том, что если два кодовых слова находятся на кодовом расстоянии  $d$ , то для преобразования одного кодового слова в другое понадобится  $d$  ошибок в одиночных битах.

В большинстве приложений передачи данных все  $2^m$  возможных сообщений являются допустимыми, однако благодаря использованию контрольных битов не все  $2^n$  возможных кодовых слов используются. Зная

---

Сергеев Александр Владимирович – РочНОУ, студент, e-mail: serglorodowoc4@yandex.ru.

Бешер Хуссам Ияд – ВИБТ АНОО ВО, аспирант, e-mail: bbexi65093fw@yandex.ru.

Кузнецов Владимир Васильевич – Воронежский институт государственной противопожарной службы МЧС России, начальник каф. государственного надзора.

алгоритм формирования контрольных разрядов, можно построить полный список всех допустимых кодовых слов и в этом списке найти такую пару кодовых слов, кодовое расстояние между которыми будет минимальным. Это расстояние называется минимальным кодовым расстоянием кода или расстоянием всего кода в смысле Хэмминга.

Способности кода к обнаружению и исправлению ошибок зависят от его минимального кодового расстояния. Для обнаружения  $d$  ошибок в одном кодовом слове со стопроцентной гарантией необходим код с минимальным кодовым расстоянием, равным  $d + 1$ , поскольку  $d$  однобитовых ошибок не смогут изменить одну допустимую комбинацию так, чтобы получилась другая допустимая комбинация. Когда приемник встречает запрещенную кодовую комбинацию, он понимает, что при передаче произошла ошибка. Аналогично, для возможности исправления  $d$  ошибок в одном кодовом слове требуется код с минимальным кодовым расстоянием, равным  $2d + 1$ , так как в данном случае даже при  $d$  однобитовых ошибках результат окажется ближе к исходному кодовому слову, чем к любому другому, и, следовательно, его можно будет однозначно восстановить.

В качестве простейшего примера кода с обнаружением ошибок рассмотрим код, в котором к данным добавляется один бит четности. Бит четности выбирается таким образом, чтобы количество единиц во всем кодовом слове было четным (или нечетным). Например, при посылке числа 10110101 с добавлением бита четности в конце оно становится равным 101101011, тогда как 10110001 преобразуется в 101100010. Код с единственным битом четности имеет кодовое расстояние, равное 2, так как любая однократная ошибка в любом разряде образует кодовое слово с неверной четностью. Такой код может использоваться для обнаружения однократных ошибок.

В качестве простейшего примера корректирующего кода рассмотрим код, у которого есть всего четыре допустимые кодовые комбинации:

000000000, 0000011111, 1111100000 и 1111111111.

Этот код имеет расстояние, равное 5, что означает, что он может исправлять двойные ошибки. Если приемник получит кодовое слово 0000000111, он поймет, что оригинал должен быть равен 0000011111. Однако если тройная ошибка изменит

0000000000 в 0000000111, ошибка будет исправлена неверно.

Попробуем создать код, состоящий из  $m$  информационных и  $r$  контрольных битов, способный исправлять одиночные ошибки. Каждому из  $2^m$  допустимых сообщений будет соответствовать  $n$  недопустимых кодовых слов, отстоящих от сообщения на расстояние 1. Их можно получить инвертированием каждого из  $n$  битов  $n$ -битового кодового слова. Таким образом, каждому из  $2^m$  допустимых сообщений должны соответствовать  $n + 1$  кодовых комбинаций. Поскольку общее количество возможных кодовых комбинаций равно  $2^n$ , получается, что  $(n + 1)2^m \leq 2^n$ . Так как  $n = m + r$ , это требование может быть преобразовано к виду:  $(m + r + 1) \leq 2^r$ . При заданном  $m$  данная формула описывает нижний предел для требуемого количества контрольных битов для возможности исправления одиночных ошибок.

Этот теоретический предел может быть достигнут на практике с помощью метода Хэмминга. Биты кодового слова нумеруются слева направо, начиная с 1. Биты с номерами, равными степеням 2 (1, 2, 4, 8, 16 и т. д.) являются контрольными. Остальные биты (3, 5, 6, 7, 9, 10 и т. д.) заполняются  $m$  битами данных. Каждый контрольный бит обеспечивает четность некоторой группы битов, включая себя самого. Один бит может входить в несколько различных групп битов, четность которых вычисляется. Чтобы определить, в какие группы контрольных сумм будет входить бит данных в  $k$ -й позиции, следует разложить  $k$  по степеням числа 2. Например,  $11 = 8 + 2 + 1$ , а  $29 = 16 + 8 + 4 + 1$ . Каждый бит проверяется только теми контрольными битами, номера которых входят в этот ряд разложения (например, 11-й бит проверяется битами 1, 2 и 8).

Когда прибывает кодовое слово, приемник обнуляет счетчик. Затем он проверяет каждый контрольный бит  $k$  ( $k = 1, 2, 4, 8, \dots$ ) на четность. Если сумма оказывается нечетной, он добавляет число  $k$  к счетчику. Если после всех проверок счетчик равен нулю, значит, все проверки были пройдены успешно. В противном случае он содержит номер неверного бита. Например, если ошибку дают проверки битов 1, 2 и 8, это означает, что инвертирован бит 11, так как он является единственным битом, контролируемым битами 1, 2 и 8.

Коды Хэмминга могут исправлять только одиночные ошибки. Однако не очень хитрый трюк позволяет исправлять при помощи этого кода и пакеты ошибок. Для этого последовательность  $k$  кодовых слов организуется в виде матрицы, по одному кодовому слову в ряду. Обычно данные передаются по кодовым словам, слева направо. Чтобы иметь возможность исправления пакетов ошибок, данные из этой таблицы следует передавать по столбцам. В этом случае, если на блок данных наложится пакет ошибок, инвертирующий  $k$  соседних битов, она затронет не более одного бита в каждом кодовом слове. А поскольку код Хэмминга может исправлять одиночные ошибки, то можно будет восстановить весь блок. Данный метод использует  $kr$  проверочных битов, благодаря которым блок из  $km$  бит данных может выдержать один пакет ошибок длиной не более  $k$  бит.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Финк Л. М. Теория передачи дискретных сообщений / Л. М. Финк // Издательство «Советское радио», 1970, 728 с.
2. Харкевич А. А. Борьба с помехами / А. А. Харкевич // Издательство «Наука», М., 1965. – 275 с.
3. Блейхут Р. Теория и практика кодов контролирующей ошибки / Р.Блейхут // Пер. с англ. М.: Мир, 1986. 576 с.
4. Липинский А. В. Оптимизация технологии передачи голоса в сетях LTE-VOLTE при хорошем качестве и низком уровне энергопотребления мобильными устройствами / А. В. Липинский // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. – 2016. – № 1. – С. 9.
5. Казаков Е. Н. Разработка и программная реализации алгоритма оценки уровня сигнала в сети WI-FI / Е. Н. Казаков // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. – 2016. – № 1. – С. 13.
6. Бокова О. И. Проектирование наземных радиосистем передачи информации с помощью специализированных программных комплексов / О. И. Бокова, С. В. Канавин, Н. С. Хохлов // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. – 2016. – № 2. – С. 6.
7. Бокова О. И. Повышение быстродействия устройств аналогоцифрового приема и обработки сигналов широкополосных комплексов пеленгования / О. И. Бокова, Д. А. Жайворонок, О. С. Сластикова // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. – 2016. – № 2. – С. 9.
8. Кульнева Е. Ю. О характеристиках, влияющих на моделирование радиотехнических устройств / Е. Ю. Кульнева, И. А. Гащенко // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – № 5-2. – С. 50.
9. Головинов С. О. Проблемы управления системами мобильной связи / С. О. Головинов, А. А. Хромых // Вестник Воронежского института высоких технологий. – 2012. – № 9. – С. 13-14.
10. Львович И. Я., Преображенский Ю. П., Ермолова В. В. Основы информатики: Учебное пособие / И. Я. Львович, Ю. П. Преображенский, В. В. Ермолова; Воронежский институт высоких технологий. – Воронеж, 2014. – 339 с.
11. Львович И. Я. Построение комбинированного алгоритма оценки характеристик распространения волн в помещениях / И. Я. Львович, О. Н. Чопоров // Решение. – 2015. – Т. 2. – С. 231-233.
12. Lvovich I. Ya. Analysis of potential of error-correcting capabilities of codes / I. Ya. Lvovich, A. P. Preobrazhensky, O. N. Choporov // Life Science Journal. – 2013. – Т. 10. – № 4. – С. 830-834.
13. Чопоров О. Н. Модели компонентов телекоммуникационной системы с повторным использованием частот / О. Н. Чопоров, П. Ю. Хомченков // Вестник Воронежского государственного технического университета. – 2007. – Т. 3. – № 12. – С. 60-63.
14. Ашихмин А. В. Оптимизация конструкции диэлектрического обтекателя антенны Вивальди по критерию максимизации ее коэффициента усиления в сверхширокой полосе частот / А. В. Ашихмин, Ю. Г. Пастернак, А. С. Самодуров, О. Н. Чопоров // Вестник Воронежского государственного технического университета. – 2005. – Т. 1. – № 8. – С. 91-97.

## THE PROBLEMS OF DETECTING AND CORRECTING ERRORS IN COMMUNICATION LINES

© 2016 A. V. Sergeev, H. I. Beshler, V. V. Kuznetsov

Russian New University

Voronezh institute of high technologies

Voronezh Institute of the State Fire Service of EMERCOM of Russia

*The paper discusses the nature of the error-correcting coding in communication channels. The ability of code to detect and correct errors are dependent on the minimum code distance.*

*Keywords: communication channel, error coding, error, bit.*