УДК 517.938

НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ ДИНАМИЧЕСКИХ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

© 2021 Д. Н. Козлова, А. П. Преображенский, В. В. Шунулина

Воронежский институт высоких технологий (Воронеж, Россия)

В статье рассматриваются некоторые проблемы, возникающие при анализе колебаний в динамических механических системах. Дана классификация механических колебаний.

Ключевые слова: механическая система, устойчивость, колебание, дифференциальное уравнение, модель.

Для динамической механической системы описание можно построить на основе множества характеристик в определенные моменты времени. Кроме того, требуется иметь информацию относительно законов эволюции состояния динамических систем во времени.

Каким образом Каким образом можно определить закономерности эволюции динамических механических систем относительно времени? В достаточно большом числе случаев можно опираться на систему дифференциальных уравнений.

Для нее может наблюдаться свойство компактности.

Нелинейные свойства механического объекта во многих случаях в ходе моделирования должны быть учтены.

Наличие сложных полигармонических устойчивых и неустойчивых режимов, бифуркаций, странных аттракторов можно наблюдать, помимо циклических колебаний, существенным образом в нелинейных моделях.

Указанные режимы нет возможности изучать на базе линейных и квазилинейных подходов.

Необходимо понимать, что даже для простых динамических механических систем весьма часто можно увидеть проявление хаоса [1].

Козлова Дарья Николаевна – Воронежский институт высоких технологий, студент, kozl99daryanik@yandex.ru.
Преображенский Андрей Петрович – Воронежский институт высоких технологий, профессор, app@vivt.ru.
Шунулина Виктория Владимировна – Воронежский институт высоких технологий, студент, shunul33vvv@yandex.ru.

Он представляется как динамическое явление эволюции в сложных механических системах [2].

Есть возможность его искусственного устранения. Например, это можно сделать, обеспечив в системе большую диссипацию энергии. Тогда будет осуществляться переход к простейшим периодическим колебаниям.

Устойчивые нетривиальные решения для механических систем могут быть наблюдаемы, когда будет процесс перехода от хаоса к упорядоченным движениям.

Когда формируются соответствующие математические модели, то можно опираться на конструктивный подход для того, чтобы реализовать системно-динамическое моделирование.

Численные методы рассматриваются в виде ключевого аппарата для поддержки исследований.

Следует отметить, что исходные данные относительно поведения систем предоставляют возможности для того, чтобы определять виды функциональных зависимостей, а также входящих в них коэффициентов.

Реальные данные для механических систем позволяют определить вид зависимости.

Ее можно на основе сплайнов [3] описать, если обычные виды аппроксимаций [4] ведут к большим погрешностям. Сами численные алгоритмы при этом не будут заметным образом усложнены.

На рисунке продемонстрирована классификация периодических механических колебаний.

Линейные дифференциальные уравнения позволяют провозить описание только для простейших механических систем. Если рассматриваются более сложные системы, то требуется в математических моделях учитывать нелинейные зависимости.

Асимптотические подходы позволяют обеспечить описание квазилинейных механических систем. В них по отношению к линейным компонентам нелинейные составляющие рассматриваются как малые величины.

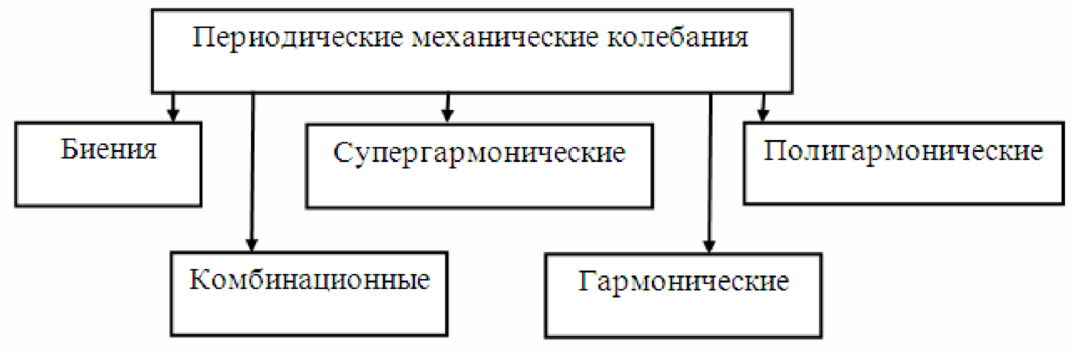

Рисунок. Классификация периодических механических колебаний

Несколько динамических устойчивых и неустойчивых режимов могут быть описаны на основе аппарата асимптотических подходов.

Также, например, иллюстрируются устойчивые автоколебания, которые имеют ограниченную амплитуду.

В каких случаях мы можем рассматривать модель как нелинейную? Это будет справедливым, если для какой-то из функций, которая будет в нее входить, наблюдается нелинейность относительно любого из аргументов.

Предположим, что невозмущенное движение будет устойчивым при любой весьма малой области, описывающей начальные отклонения. Тогда говорится об обеспечении устойчивости системы по Ляпунову [5].

Устойчивость в более широком смысле рассматривается, если конечная область начальных отклонений.

То есть, любые начальные отклонения могут быть связаны с асимптотической устойчивостью. Асимптотическая устойчивость во многих случаях не соответствует нелинейным консервативным динамическим системам. Изменения в параметрах движения могут быть связаны любым, даже очень малым, изменением в начальных условиях.

Орбитальная устойчивость соответствует случаям, в которых будет близость в фазовых траекториях, относящихся к возмущенному и невозмущенному движениям.

Ограниченная окрестность соответствует невозмущенному движению. Асимптотически орбитально устойчивый случай соответствует условию, в котором есть асимптотическое приближение траектории с возмущенным движением к траектории с невозмущенным движением.

Предположим, что нелинейная динамическая система подвергается гармоническому возбуждению.

Тогда решение задачи для определенного диапазона частот не является однозначным. Будут возможности для наблюдения разных режимов движения, как устойчивых, так и неустойчивых.

Существование ограниченных периодических устойчивых и неустойчивых решений может быть, когда нелинейная система подвергается гармоническому параметрическому возбуждению. Нулевое или неограниченно возрастающее решение может наблюдаться в случае, если рассматривается для параметрических колебаний линейная модель.

Для определенных условий в механических системах могут применяться линейные модели.

Если они не обеспечивают достаточную точность, тогда необходимо переходить к квазилинейным моделям. Соответственно, от них можно перейти к моделям, являющимися существенно нелинейными.

Периодические решения анализируемой системы дифференциальных уравнений могут быть найдены разными способами.

Использование ряда Фурье в комбинации с процедурой Галеркина [6] будет достаточно трудоемким с вычислительной точки зрения.

Это вытекает из необходимости рассмотрения в общем случае нескольких сотен гармоник в ряде Фурье. Поиск неподвижной точки считается альтернативным подходом.

В нем необходимо определять начальные условия. Тогда число искомых переменных будет заметным образом снижено.

Необходимо отметить, что учет нелинейности, с одной стороны, может заметным образом усложнить решение. Но, с другой стороны, мы сможем формируемую модель приблизить наиболее близким образом к рассматриваемому реальному объекту.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кроновер Р. М. Фрактал и хаос в динамически системах. Основы теории / Р. М. Кроновер. – Москва: Постмаркет. – 2000. – 352 с.

2. Чащин А. В. Предсказание эволюции динамических систем остаточными нейронными сетями / А. В. Чащин, М. А. Бочев, И. В. Оселедец, Г. В. Овчинников // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. – 2019. – № 131. – 26 с.

3. Шевалдина Е. В. Аппроксимация локальными параболическими сплайнами функций по их значениям в среднем / Е. В. Шевалдина // Труды Института математики и механики. – 2007. – Т.13– № 4. – С. 169-189.

4. Базилевский М. П. Оценивание линейно-неэлементарных регрессионных моделей с помощью метода наименьших квадратов / М. П. Базилевский // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. – 2020. – Т. 8. – № 4 (31). – С. 26-27.

5. Меркин Д. Р. Введение в теорию устойчивости движения / Д. Р. Меркин. – М.: Наука. – 1987. – 304 с.

6. Галёркин Б. Г. Стержни и пластинки. Ряды в некоторых вопросах упругого равновесия стержней и пластинок. / Б. Г. Галёркин // Вестник инженеров. – 1915. – Т. 1. – С. 897-908.

SOME FEATURES OF DYNAMIC MECHANICAL SYSTEMS

© 2021 D. N. Kozlova, A. P. Preobrazhenskiy, V. V. Shunulina

Voronezh Institute of High Technologies (Voronezh, Russia)

The paper discusses some of the problems that arise in the analysis of vibrations in dynamic mechanical systems. A classification of mechanical vibrations is given.

Keywords: mechanical system, stability, vibration, differential equation, model.