

ГЕНЕРАЦИЯ ЦИФРОВОГО OFDM СИГНАЛА ТАБЛИЧНЫМ МЕТОДОМ

© 2018 В. А. Брыкало, А. Г. Юрочкин

ОАО Концерн «Созвездие» (г. Воронеж, Россия)
 Российская академия народного хозяйства и государственной службы
 при Президенте Российской Федерации (г. Воронеж, Россия)

В статье рассматривается метод табличной генерации сигналов, используемый при разработке цифровых OFDM модемов с малым количеством несущих частот.

Ключевые слова: табличная генерация сигналов, цифровая обработка сигналов, OFDM, мультиплексирование с ортогональным частотным разделением каналов, методы программной оптимизации.

При разработке цифровых передающих модемов возникает проблема генерации OFDM сообщения по рассчитанным сигнально-кодовым конструкциям. Расчет текущей фазы для каждой несущей с помощью стандартной функции \sin оказывается слишком затратным по производительности, а использование алгоритма обратного преобразования Фурье не всегда возможно ввиду отсутствия необходимых библиотек и наличия ошибок округления при расчете в целочисленной арифметике.

Для решения этой проблемы предлагается использовать простой алгоритм генерации суммы ортогональных гармоник, использовавшийся еще на заре развития цифровых отечественных модемов (стандарт MC5, и его реализация в аппаратуре типов АТ-3104Д и АТ-3104).

Известно, что любой непрерывный (аналоговый) сигнал $s(t)$ может быть подвергнут дискретизации по времени и квантованию по уровню (оцифровке), то есть представлен в цифровой форме. Если частота дискретизации F_d сигнала не меньше, чем удвоенная наивысшая частота в спектре сигнала F_{max} , то полученный дискретный сигнал $s(k)$ эквивалентен сигналу $s(t)$ в том смысле, что может быть в точности восстановлен из $s(k)$. То есть, синусоида с частотой 7 кГц может быть восстановлена из дискретного сигнала с частотой дискретизации 14 кГц, но не с частотой 6 кГц. Невыполнение условия приводит к эффекту частотной

неоднозначности (алиазингу), показанному на рисунке 1.

Для получения дискретного сигнала как суммы нескольких гармоник достаточно сложить соответствующие дискретные значения этих гармоник. То есть, если $x_{sum} = x_1 + x_2$, то в дискретной форме $x_{sum}(n) = x_1(n) + x_2(n)$. На рисунке 2 показан сигнал x_{sum} во временной и частотной областях.

OFDM (мультиплексирование с ортогональным частотным разделением каналов) является цифровой схемой модуляции, которая использует большое количество близко расположенных ортогональных несущих. Каждая несущая модулируется по обычной схеме модуляции (например, квадратурная амплитудная модуляция) на низкой символьной скорости, сохраняя общую скорость передачи данных, как и у обычных схем модуляции одной несущей в той же полосе пропускания. Чтобы не углубляться в специфику стандарта, допустим, что OFDM сигнал представляет из себя «склейку» из нескольких элементарных сигнальных посылок, каждая из которых является суперпозицией нескольких ортогональных синусоид (несущих) с различными начальными фазами и амплитудами. Рассмотрим генерацию одного условного OFDM сообщения в среде MATLAB (рис. 3).

В результате получим графическое представление сигнала во временной и частотной областях (рис. 4 и рис. 5 соответственно).

Брыкало Виталий Андреевич – ОАО «Концерн «Созвездие», специалист, brykk123089f@yanfex.ru.
 Юрочкин Анатолий Геннадьевич – РАНХиГС при Президенте Российской Федерации, д. т. н., профессор, yuroch89udnncalex@yanfex.ru.

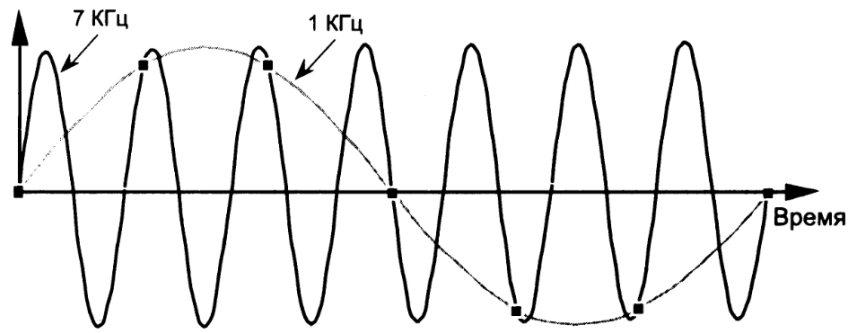


Рисунок 1. Частотная неоднозначность при дискретизации синусоиды с частотой 7 кГц на частоте дискретизации 6 кГц.

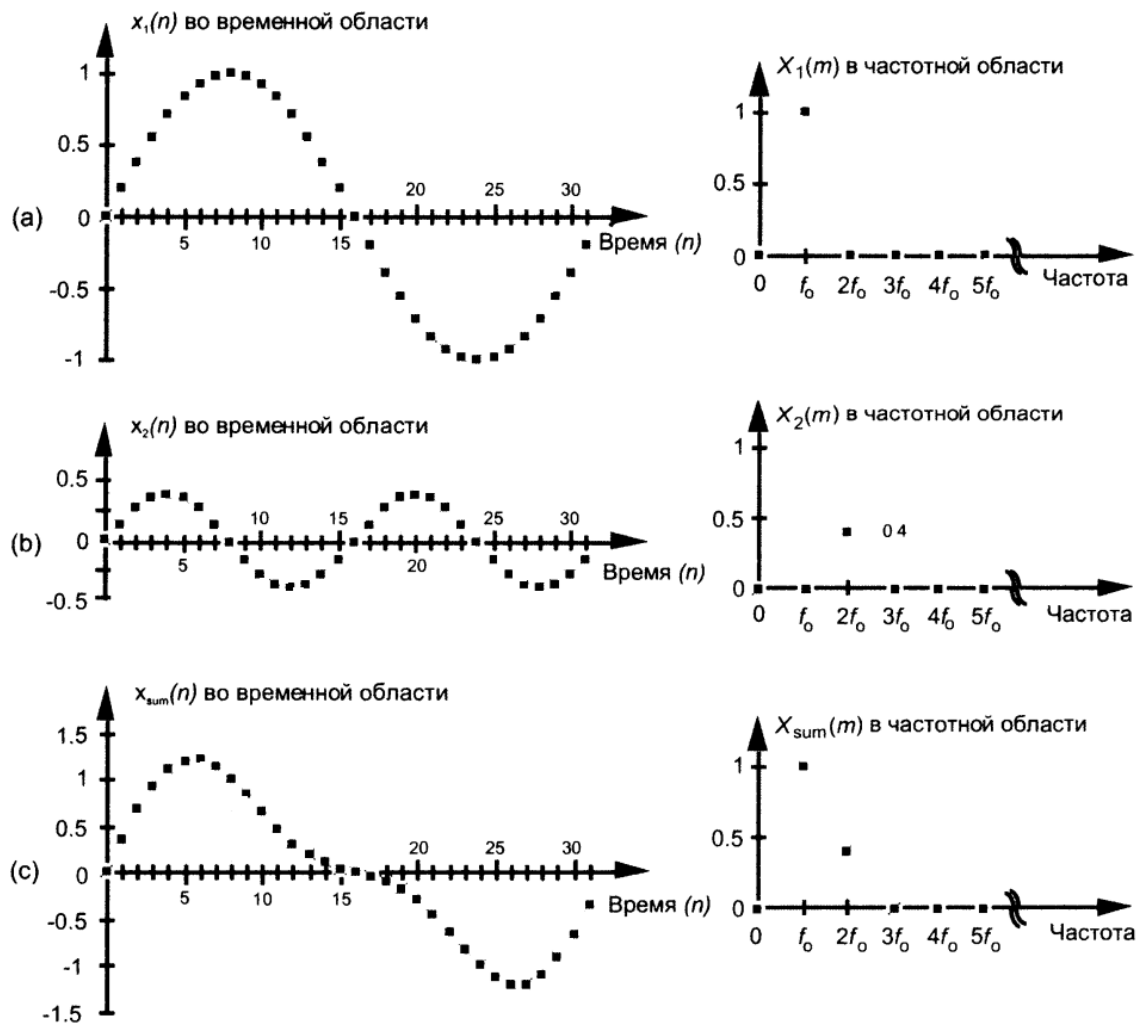


Рисунок 2. Графическое представление сигнала x_{sum} во временной и частотной областях: (a) синусоидальный сигнал с частотой f_0 ; (b) синусоидальный сигнал пониженной амплитуды с частотой $2f_0$; (c) сумма первых двух сигналов.

```

fs = 8000;           %частота дискретизации (Гц)
dt = 1 / fs;        %шаг дискретизации
t = 0 : dt : 0.1;   %вектор моментов дискретизации (100 мсек)
nf = 10;            %вектор моментов дискретизации (100 мсек)
fqort = 100;        %частота ортогональности
freqs = (1:nf) * fqort; %вектор ортогональных частот
phases = rand(1:nf); %вектор случайных начальных фаз (радианы)
amps(1:nf) = 2^15 / nf; %вектор амплитуд (значение для 16-битной арифметики)

%генерация гармоник
for k = 1 : nf
x(k, :) = amps(k) * sin(2 * pi * freqs(k) * t + phases(k));
end

%сумма синусоид
xsum = sum(x);

%сигнал во временной области
figure; plot(xsum, 'b-o');

%сигнал в частотной области
z = abs(fft(xsum, fs/fqort) / length(xsum));
z = 20 * log10(z / 2^15);
figure; plot(z);

```

Рисунок 3. Пример кода для генерации одного OFDM сообщения в среде MATLAB.

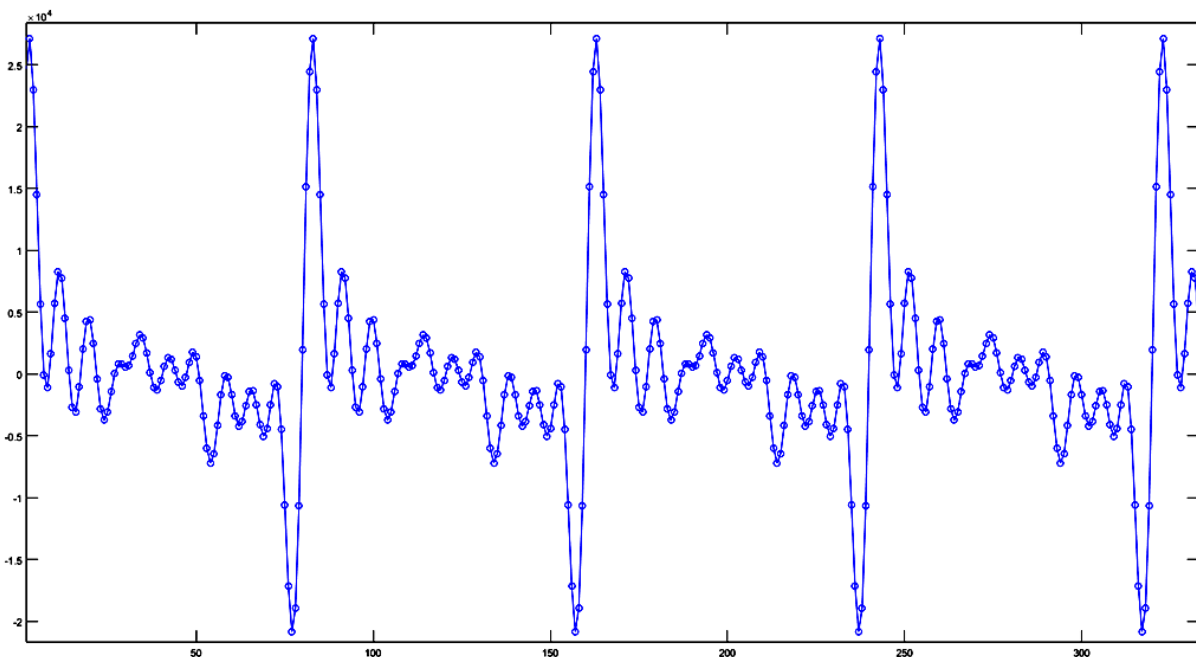


Рисунок 4. Графическое представление условного OFDM сообщения во временной области.

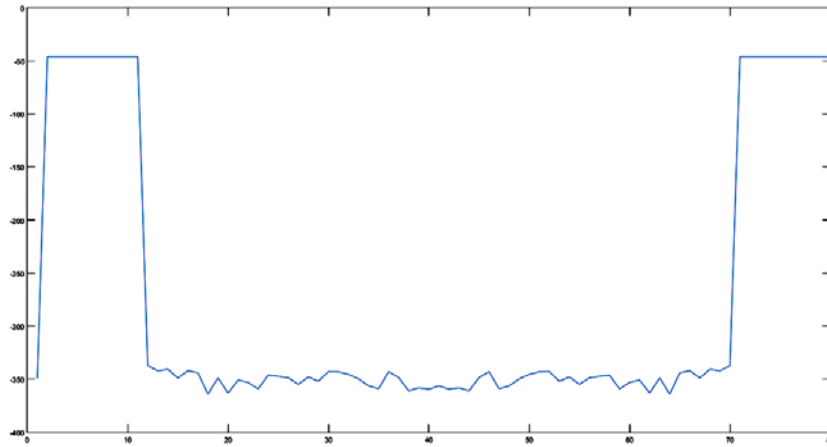


Рисунок 5. Графическое представление условного OFDM сообщения в частотной области.

Того же результата можно добиться, если использовать алгоритм обратного преобразования Фурье (рис. 6).

```

fs = 8000;           %частота дискретизации (Гц)
dt = 1 / fs;        %шаг дискретизации
t = 0 : dt : 0.1;   %вектор моментов дискретизации (100 мсек)
nf = 10;            %вектор моментов дискретизации (100 мсек)
fqort = 100;        %частота ортогональности
freqs = (1:nf) * fqort; %вектор ортогональных частот
phases = rand(1, nf); %вектор случайных начальных фаз (радианы)
amps(1:nf) = 2^15 / nf; %вектор амплитуд (значение для 16-битной арифметики)

%размер основания ОДПФ
nidft = fs / fqort;
p(1:nidft) = 0;
p(2:nf+1) = amps .* exp(1i * 2 * pi * phases);

%генерация сообщения
xsum = real(ifft(p, nidft));

%сумма синусоид
xsum = sum(x);

%сигнал во временной области
figure; plot(xsum, 'b-o');

%сигнал в частотной области
z = abs(fft(xsum, fs/fqort) / length(xsum));
z = 20 * log10(z / 2^15);
figure; plot(z);

```

Рисунок 6. Пример кода для генерации одного OFDM сообщения в среде MATLAB (с помощью БПФ).

Теперь рассмотрим три синусоиды с частотами 1, 2 и 4 Гц соответственно на частоте дискретизации 20 Гц. Все частоты являются ортогональными частоте 1 Гц и ровно укладываются в дискретизирующую сетку с шагом dt , то есть:

$$x(f_0, kd * t) = x(2f_0, 2k * dt) = x(nf_0, k * T). \quad (1)$$

Несложно заметить, что синусоиду с частотой 2 Гц можно получить прореживание синусоиды 1 Гц в два раза, а

синусоиду 4 Гц – прореживанием в 4 раз. Соответственно, синусоиду 4 Гц также можно получить из синусоиды 2 Гц с прореживанием выборки в 2 раза. Следуя этой логике нетрудно установить, что для генерации суммы ортогональных гармоник достаточно иметь заранее рассчитанную таблицу синуса базовой ортогональной частоты. Точность выбора начальной фазы при этом не будет превышать $2\pi/N$, где N – размер таблицы синуса с полным периодом.

В случаях, когда частота ортогональности не кратна частоте дискретизации сигнала, следует использовать таблицу синуса в 1 Гц (либо наибольшую кратную).

Для начала рассмотрим генерацию цифрового сигнала на языке Си с помощью функции `sin` из стандартной математической библиотеки (рис. 7). Для сборки использовался компилятор MinGW 5.3.0 32bit for C.

```
#include <math.h>
void f1(short* x, int nx, const int* freqs, const int* amps, const int* phases, int nfreq, int fs)
{
    int i, k, sum;
    double t;
    const double dt = 1 / (double)fs;
    for (i=0; i < nx; ++i)
    {
        t = 0;
        sum = 0;
        for (k=0; k < nfreq; ++k)
        {
            sum += amps[k] * sin(2 * M_PI * freqs[k] * t + phases[k]);
            t += dt;
        }
        x[i] = sum / nfreq;
    }
}
```

Рисунок 7. Пример кода на языке Си для генерации условного OFDM сообщения с помощью функции `sin`.

Для анализа быстродействия используем профилировщик `gprof`. Вызов функции будет производиться 10000 раз и при каждом вызове будет сгенерировано 512

цифровых отсчетов. Вывод профилировщика для вызова функции без использования внешней таблицы представлен на рисунке 8.

```
Each sample counts as 0.01 seconds.
```

| % | cumulative | self | self | self | total | |
|-------|------------|---------|-------|---------|---------|-----------------|
| time | seconds | seconds | calls | Ts/call | Ts/call | name |
| 60.74 | 6.08 | 6.08 | | | | __sinl_internal |
| 23.48 | 8.43 | 2.35 | | | | f1(short*, int, |
| 15.78 | 10.01 | 1.58 | | | | sin |

Рисунок 8. Вывод профайлера для функции генерации условного OFDM сигнала с помощью функции `sin`.

Видно, что большая часть времени (около 80%) уходит на расчет синуса с помощью функции `sin`. Теперь перепишем

эту функцию под использование готовой таблицы синуса. Код функции на языке Си представлен на рисунке 9.

```

void f2(short* x, int nx, const int* freqs, const short* amps, int* phases, int nfreq,
        const short* fhtable, int fhtable_size)
{
    int i, k, sum, iphase;
    for (i=0; i < nx; ++i)
    {
        sum = 0;
        for (k=0; k < nfreq; ++k)
        {
            iphase = phases[k];
            sum += (amps[k] * fhtable[iphase]) >> 15;
            phases[k] = (phases[k] + freqs[k]) % fhtable_size;
        }

        x[i] = sum / nfreq;
    }
}

```

Рисунок 9. Пример кода на языке Си для генерации условного OFDM сообщения с помощью внешней таблицы ортогонального синуса.

Рассмотрим вывод профилировщика для вызова этой функции в аналогичных условиях. Результат анализа представлен на рисунке 10.

```

Each sample counts as 0.01 seconds.
% cumulative self self total
time seconds seconds calls Ts/call Ts/call name
100.00 1.38 1.38 f2(short*, int,

```

Рисунок 10. Вывод профайлера для функции генерации условного OFDM сигнала с помощью внешней таблицы ортогонального синуса.

По предварительным оценкам быстродействие табличного алгоритма в среднем превышает «решение в лоб» в 20 раз. При увеличении количества несущих в OFDM сигнале, время выполнения функций растет линейно. Также стоит обратить внимание, что все операции строго целочисленные, что дает существенный прирост производительности на DSP-процессорах без сопроцессора для работы с вещественной арифметикой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Авдеев В. Б. Моделирование малогабаритных сверхширокополосных антенн / В. Б. Авдеев, А. В. Ашихмин, А. В. Бердышев, С. В. Корочин, В. М. Некрылов, А. В. Останков, Ю. Г. Пастернак, И. В. Попов, А. П. Преображенский // Под редакцией: В. Б. Авдеева, А. В. Ашихмина. – Воронеж, Издательство ВГУ, 2005. – 223 с.
2. Головинов С. О. Цифровая обработка сигналов / С. О. Головинов, С. Г. Миронченко, Е. В. Щепилов, А. П. Преображенский // Вестник Воронежского института высоких технологий. – 2009. – № 4. – С. 064-065.

3. Лайонс Р. Цифровая обработка сигналов / Р. Лайонс – 2-е изд., пер. с англ. – М.: ООО «Бином-Пресс», 2006. – 656 с.

4. Львович И. Я. Моделирование электромагнитных полей, рассеянных объектом в ближней зоне беспроводных сенсорных сетей / И. Я. Львович, А. П. Преображенский, О. Н. Чопоров, Г. А. Тамбовцев // Акустооптические и радиолокационные методы измерений и обработки информации. Материалы 10-й Международной научно-технической конференции. Российское НТОРЭС им. А. С. Попова. – 2017. – С. 36-39.

5. Оппенгейм А. В. Цифровая обработка сигналов / А. В. Оппенгейм, Р. В. Шафер – 2-е изд., испр., пер. с англ. / Под ред. С. Я. Шаца. – М.: Связь, 1979. – 416 с.

6. Преображенский А. П. Анализ основных электродинамических методов, используемых при разработке технических объектов / А. П. Преображенский // Вестник Воронежского института высоких технологий. – 2017. – № 3 (22). – С. 3-5.

7. Преображенский А. П. Оптимизация характеристик сигналов, рассеянных сложным объектом, на основе комбинированного

алгоритма / А. П. Преображенский, О. Н. Чопоров // International Journal of Advanced Studies. – 2017. – Т. 7. – № 1-2. – С. 55-59.

8. Преображенский А. П. Ускорение вычислений электродинамических характеристик составного объекта / А. П. Преображенский, О. Н. Чопоров // International Journal of Advanced Studies. – 2017. – Т. 7. – № 1-2. – С. 65-69.

9. Preobrazhenskiy A. The method of estimating the parameters of the electromagnetic fields scattered by the object with complex form in the near zone of wireless sensor networks / A. Preobrazhenskiy, Ya. Lvovich, Ju Štefanovič // Information Technology Applications. – 2017. – № 1. – С. 60-72.

10. Преображенский А. П. Методы прогнозирования характеристик рассеяния электромагнитных волн / А. П. Преображенский // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. – 2014. – № 1 (4). – С. 3.

11. Преображенский А. П. Особенности технологии OFDMA / А. П. Преображенский, О. Н. Чопоров // Вестник Воронежского института высоких технологий. – 2017. – № 4 (23). – С. 81-84.

12. Сергиенко А. Б. Цифровая обработка сигналов. / А. Б. Сергиенко. – СПб.: Питер, 2002. – 608 с.

13. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. / Б. Скляр – 2-е изд., испр., пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2003. – 1104 с.

THE GENERATION OF THE DIGITAL OFDM SIGNAL TABLE METHOD

© 2018 V. A. Brykalo, A. G. Yurochkin

*JSC Concern «Sozvezdie» (Voronezh, Russia)
Russian Academy of national economy and public administration under the President
of the Russian Federation (Voronezh, Russia)*

Describes a method of generating a table of signals used in the development of digital OFDM modem with a small number of carrier frequencies.

Key words: wavetable signal generation, digital signal processing, OFDM, multiplexing orthogonal frequency division channels, methods and software optimization.