УДК 338.984

ПЛАНИРОВАНИЕ ПРОИЗВОДСТВА ТОВАРОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВТОРИЧНОГО СЫРЬЯ НА ОСНОВЕ МЕТОДОВ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

© 2021 С. В. Курочкина

Воронежский институт высоких технологий (Воронеж, Россия)

В статье описывается математическая модель планирования производства товаров с использованием вторичного сырья. На основе методов линейного программирования обосновывается оптимальная программа выпуска новой продукции. С помощью двойственных оценок проанализированы цены на вторичные материальные ресурсы.

Ключевые слова: оптимизация производства, вторичное сырьё, использование вторичного сырья, переработка, оптимизационная модель производства.

Сегодня во всём мире остро стоят проблемы, связанные с дефицитом природных ресурсов. Рост численности населения, его стремление к благосостоянию, приводит к неизбежному увеличению потребления. В свою очередь, последнее вызывает интенсивное использование первичных ресурсов, что неизбежно оказывает неблагоприятное воздействие на окружающую среду. Так, согласно [2], при нынешних темпах добычи природных ископаемых, уже в недалёком будущем будут полностью исчерпаны известные месторождения некоторых руд металлов. На протяжении нескольких десятилетий для решения проблем, связанных с истощением природных месторождений, широко обсуждаются возможности вторичного использования отходов, образующихся в процессе производства и потребления товаров. Использование при производстве товаров вторичного сырья позволит решить такие важные проблемы, как:

1. создание циклического малоотходного производства;
2. повышение эффективности производства, то есть увеличение объёма производства на единицу используемых ресурсов;
3. сохранение природных ресурсов;
4. размещение и утилизация отходов.

Потоки отходов являются следствием производственной и бытовой деятельности человека. Их величина напрямую зависят от численности населения, уровня развития производства, поэтому потоки образующихся отходов должны учитываться при организации добычи природных ресурсов и планирования производства, это впервые было показано в работах [5]. Закономерно возникает вопрос о пределах экологической эффективности и возможности полной переработки. В работах [6] существующая экономическая модель, поощряющая рост производства и потребления товаров, противопоставляется экономической модели замкнутой системы, названной моделью «космического корабля». Эта модель, к которой человечество вынуждено будет перейти в будущем в условиях ограниченности территорий и исчерпаемости ресурсов. Планета ассоциируется в этой модели с космическим кораблём, в котором не может быть безграничных хранилищ для чего-либо или неограниченных материалов. Следовательно, человеческая деятельность должна быть реорганизована от линейного типа к циклическому, с возможностью непрерывного воспроизводства ресурсов и организации производства с минимальными побочными продуктами. Ayres делает вывод о существовании ограничений на полную переработку и утверждает, что большая часть космического корабля Boulding будет неактивна и отведена под резервуары отходов. Аналогичные вопросы, связанные с пределами повышения эффективности переработки, обсуждаются в работе [7]. Автор не согласен с выводами в Ayres о невозможности полной переработки. Он утверждает, что подобной проблемы не существует в обозримом будущем, так как сегодняшние системы еще далеки от теоретических пределов, а, следовательно, еще в течение долгого времени существует возможность повышения экологической эффективности. Автор использует законы сохранения энергии для определения этих ограничений и приходит к выводу, что при

Курочкина Светлана Викторовна – Воронежский институт высоких технологий, преподаватель, rrzl@mail.ru.

наличии энергии этот предел бесконечно мал.

Целью статьи является изучение целесообразности применения методов линейного программирования для обоснованного планирования производства продукции с использованием вторичного сырья, выделяемого в конкретном регионе.

Для достижения цели исследования ставятся следующие задачи:

1) рассмотреть существующие линейные модели планирования производства;

2) построить модель производства товаров с использованием вторичных ресурсов региона;

3) рассмотреть возможности дальнейшей модификации модели.

Математические методы при решении экономических задач впервые в отечественной науке были применены академиком Л. В. Канторовичем. В его работах впервые была сформулирована задача общая линейного программирования, рассмотрены её применения для решения задач распределения ресурсов, а также снижения отходов, определения времени загрузки станков, определения плана перевозок и уменьшения топливных расходов. Канторович впервые показал использование двойственных оценок для оценки оптимальности найденного решения, а также для определения изменения направления целевой функции при незначительном изменении условия задачи [4].

Аналогичная модель может быть построена для определения оптимального плана распределения фракции вторичных ресурсов между производствами различных ассортиментов продукции.

Постановка задачи:

В регионе выделяют n фракций отходов.

Рассмотрим случай, когда объём каждой выделяемой фракции известен и составляет $V_g, g = \overline{1,n}$. Из каждой фракции возможно произвести k_n видов продукции, где k_n – величина, определяемая для каждой фракции отдельно. Известны цена реализации каждого вида продукции и расходы вторичного сырья на производство единицы новой продукции. Требуется определить, какие товары и в каких объёмах следует производить, чтобы получить максимум суммарной прибыли.

Для построения математической модели введём следующие обозначения:

$x_i, i = \overline{1,k_n}$– количество производимой продукции каждого вида;

$c_i, i = \overline{1,k_n}$ – цена реализации единицы продукции x_i;

$b_i, i = \overline{1,k_n}$ – величина спроса на товары из вторичного сырья;

$z_{i,}\ i = \overline{1,k_n}$ – затраты на производство единицы продукции x_i в стоимостном эквиваленте;

v_i – затраты вторичного сырья на производство единицы i-й продукции;

Требуется найти такие значения x_i, что

$$F_1(X) = \left(\sum_{i=1}^{k_n}(c_i - z_i)x_i\right) \to max \quad (1)$$

при ограничениях

$$\sum_{i=1}^{k_n} v_i x_i \le V_g \quad (2)$$

$$x_i \ge b_i \quad (3)$$

$$x_i \ge 0, x_i \in Z \quad (4)$$

Критерий оптимальности (1) описывает максимум суммарной прибыли.

Ограничение (2) описывает факт того, что объём сырья, необходимый для производства продукции, не может превышать объёма выделенной фракции (при условии, что нет дополнительных поставок вторичного сырья из других регионов).

Ограничение (3) показывает, что организация производства продукции из вторсырья обеспечивает удовлетворение спроса в продукции, которая может быть изготовлена из вторичных материалов.

Ограничения (4) на количество произведённых товаров x_i, накладывают ограничения неотрицательности и в случае производства неделимой продукции условия целочисленности.

Для приведённой задачи линейного программирования можно составить двойственную задачу, которая определяет оптимальные цены (условные оценки) на ресурсы:

y_0 – цена единицы вторичного ресурса;

$y_i, i = \overline{1,k_n}$ – цена единицы необходимой в регионе продукции в случае альтернативного удовлетворения потребности (например, изготовления её из первичного материала или закупки в другом регионе).

Двойственные оценки могут использоваться для контроля реальной производственной деятельности. Согласно третьей теореме двойственности, y_0 характеризует эффективность дополнительного привлечения ресурсов, то есть изменение прибыли при использовании дополнительной единицы вторичного ресурса, в то время как y_i показывает эффективность дополнительного производства, обусловленного увеличением спроса на товары из вторичных ресурсов.

Если в регионе нет необходимых мощностей для производства товаров из вторичных ресурсов, то весь объём выделенной фракции будет продан в другие регионы по цене y_0. Для покупателя сырья разумно требовать минимальной стоимости за весь объём: $V_g y_0 \to min$.

$\sum_{i=1}^{k_n} b_i y_i$ – потребность в стоимостном эквиваленте региона в товарах, которые могли бы быть изготовлены из проданного вторсырья. Для производителя товаров выгодно максимальное значение суммы: $\sum_{i=1}^{k_n} b_i y_i \to max$.

Таким образом, двойственная задача может быть сформулирована следующим образом: определить цену вторичных ресурсов y_0 и цену единицы товара y_i, что

$$U(Y) = V_g y_0 - \sum_{i=1}^{k_n} b_i y_i \to min \quad (5)$$

при ограничениях

$$v_i y_0 \geq (c_i - z_i) + y_i, i = \overline{1, k_n} \quad (6)$$

$$y_i > 0, \ i = \overline{0, k_n} \quad (7)$$

Ограничения (6) показывают, что региону продажа фракции ресурсов целиком выгодна том случае, если доходы от продажи сырья не меньше, чем прибыль от реализации товаров, которые из них можно произвести, и компенсируют затраты на покупку (или альтернативное производство) необходимых региону товаров.

Рассмотрим соотношения между оптимальными планами сформулированных прямой и двойственной задач. Эти соотношения могут быть записаны с помощью теорем двойственности.

$$y_0\left(\sum_{i=1}^{k_n} v_i x_i - V_g\right) = 0 \quad (8)$$

$$y_j(x_i - b_i) = 0, j = \overline{1, k_n} \quad (9)$$

$$x_i\left(v_j y_0 - (c_j - z_j) - y_j\right) = 0, \ i = \overline{1, k_n} \quad (10)$$

Из равенства (8) следует, что при положительной цене вторичного ресурса y_0 $\sum_{i=1}^{k_n} v_i x_i = V_g$, то есть при оптимальном плане весь объём вторичного сырья идёт на переработку. В том случае, когда остаются излишки вторичного ресурса, его цена y_0 равна нулю. Равенство (9) означает, что при положительной цене y_i производится количество товара, достаточное только для покрытия потребностей региона. В противном случае $y_i = 0$, это означает, что товара в регионе производится «с запасом», достаточным для удовлетворения потребности региона и возможного экспорта. Наконец, согласно равенству (10), в случае организации производства товаров из вторичного сырья, прибыль от продажи фракции вторичных ресурсов равна нулю.

Рассмотрим случай, когда каждый вид продукции может быть изготовлен из вторичного сырья с добавлением некоторого количества первичного материала.

p_i – объём первичных материалов, требующихся для производства продукции x_i.

$(v_i + p_i)$ – объём ресурсов, требующихся для производства продукции x_i.

Критерием оптимальности в этом случае, наряду с максимумом прибыли, можно считать минимальную долю использования первичных материалов:

$$F_2(X) = \left(\frac{\sum_{i=1}^{k_n} p_i x_i}{\sum_{i=1}^{k_n} (v_i + p_i) x_i}\right) \to min \ .$$

Полученная задача, содержащая два критерия оптимальности, может быть решена методом условной максимизации, при котором определяется заранее заданное, удовлетворительное значение доли первичного материала F_2^{max}.

Далее решается однокритериальная задача

$$F_1(X) \to max, F_2(X) \leq F_2^{max}.$$

Рассмотренная модель производства товаров из вторичных ресурсов является статической, так как в ней не учитывается изменение объёма выделяемой фракции вторичных ресурсов со временем и предполагается постоянное наличие необходимого количества первичных ресурсов.

В условии (3) спрос на товары каждого типа является случайной величиной, зависящей от множества разнообразных факторов. Тогда условие (3) следует записать в виде $P(x_i \geq b_i) \geq \alpha_i$, то есть (3) выполняется не всегда, а с некоторой вероятностью не меньше значения $0 < \alpha_i < 1$. Пусть b_i – случайная величина, распределённая по нормальному закону с известным математическим ожиданием $M(b_i)$ и дисперсией $D(b_i)$. Согласно [3], полученное вероятностное ограничение равносильно детерминированному ограничению

$$x_i \geq M(b_i) + \gamma_{\alpha_1 - 0,5} \cdot \sqrt{D(b_i)}, \ (3')$$

где $\gamma_{\alpha_1 - 0,5}$ находится по таблице функции Лапласа.

Разработанная математическая модель позволяет обосновать целесообразность использования вторичного сырья, образованного в данном регионе, для получения определённых товаров. Полученная модель является многокритериальной задачей математического программирования, которая предполагает максимум полученной прибыли при минимальной доле вовлечённых первичных материалов. Для решения этой задачи находится оптимальное значение полученной прибыли при заранее выбранной предельной доли использования первичных ресурсов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алферьев Д. А. Планирование производства инновационной продукции на основе линейного программирования / Д. А. Алферьев // Проблемы развития территории. – № 2. – 2017. – С. 165-174.

2. Переработка производственных отходов и вторичных сырьевых ресурсов, содержащих редкие, благородные и цветные металлы / В. И. Букин и др. – М.: ООО «Издательский дом «Деловая столица», 2002. – 224 с.

3. Власенко В. Д. Динамическое и стохастическое программирование. Метод. указания к пр. занятиям для студентов математических и экономических специальностей / В. Д. Власенко. – Хабаровск: изд. ТОГУ, 2008. – 37с.

4. Канторович Л. В. Математико-экономические работы / Л. В. Канторович. – Новосибирск: Наука, 2011. – 760 с. – (Избранные труды).

5. Ayres R. U. The second law, the fourth law, recycling and limits to growth / R. U. Ayres // Ecological Economics. – 1999. № 29. – P. 473-483.

6. Boulding K. E. The economics of the coming spaceship earth / K. E. Boulding // H.E. Daly (Ed.), Economics, Ecology, Ethics: Essays Toward a Steady State Economy. W.H. Freeman and Company. – New York, 1980. – P. 253-263,

7. Craig P. P. Energy Limits on Recycling. / P. P. Craig // Ecological Economics. – 2001. – 36(3). – P. 373-84.

SCHEDULING THE PRODUCTION OF GOODS USING SECONDARY RAW MATERIALS BASED ON LINEAR PROGRAMMING METHODS

© 2021 S. V. Kurochkina

Voronezh Institute of High Technologies (Voronezh, Russia)

The article describes a mathematical model for planning the production of goods using secondary raw materials. On the basis of linear programming methods, the optimal program for the release of new products is established. With the help of dual estimates, prices for secondary material resources are analyzed.

Keywords: production optimization, secondary raw materials, recycling, production optimization model.