

УДК 004.021+004.852

Применение теории Демпстера–Шафера для диагностики состояния машины непрерывного литья заготовок

М.Э. Логинов^{1✉}, А.П. Преображенский²

¹ООО «СМС груп», Липецк, Россия

²Воронежский институт высоких технологий, Воронеж, Россия

В статье рассматриваются особенности применения теории Демпстера–Шафера, представлен математический аппарат теории и продемонстрирован ее потенциал для диагностики технического состояния промышленного оборудования, в частности машин непрерывного литья заготовок. Описаны методы агрегирования показаний датчиков и использования правил Демпстера и Ягера при анализе данных процесса непрерывной разливки.

Ключевые слова: теория Демпстера–Шафера, машина непрерывного литья заготовок, условия неопределённости, правило Демпстера.

Utilizing the Dempster–Shafer Theory for Condition Diagnosis of a Continuous Casting Machine

M.E. Loginov^{1✉}, A.P. Preobrazhenskiy²

¹SMS Group LLC, Lipetsk, Russia

²Voronezh Institute of High Technologies, Voronezh, Russia

The article examines the specifics of the application of the Dempster–Shafer theory, presents the mathematical apparatus of the theory and demonstrates its potential for diagnosing the technical condition of industrial equipment, in particular continuous casting machines. The methods of aggregating sensor readings and using the Dempster and Jager rules in the analysis of continuous casting process data are described.

Keywords: Dempster–Shafer theory, continuous casting machine, uncertainty conditions, Dempster's rule.

Диагностика технического состояния промышленного оборудования, такого как машина непрерывного литья заготовок (МНЛЗ), требует обработки данных от нескольких датчиков в условиях неопределенности и шума. Традиционные методы могут плохо справляться, если показания датчиков противоречивы или не дают однозначного вывода о состоянии агрегата. Теория Демпстера–Шафера (Dempster–Shafer Theory, DST), также известная как теория свидетельств, предлагает математический аппарат для объединения разрозненной информации из разных источников и вычисления степени уверенности в наступлении события. В контексте диагностики это означает, что DST позволяет агрегировать данные различных датчиков (например, температуры, вибрации, акустики) и получать оценку состояния оборудования с учетом неопределенности в показаниях [3, 10].

DST обеспечивает более гибкий подход по сравнению с классическим байесовским, так как не требует задания точных априорных вероятностей для всех гипотез. Вместо этого, DST оперирует интервалами поддержки гипотез, моделируя как степень уверенности, так и уровень незнания или противоречивости в имеющихся

свидетельствах. Это особенно полезно при анализе технического состояния МНЛЗ, где данные могут быть неполными и противоречивыми.

В данной статье представлено применение DST для диагностики состояния МНЛЗ: формулируются теоретические основы DST, рассматриваются альтернативные правила комбинирования свидетельств (правила Егера, Сметса, Дюбуа–Праде), приводится пример имитации показаний датчиков МНЛЗ и их агрегирования, описываются алгоритмы объединения данных и интерпретации состояния оборудования, обсуждаются результаты и делаются выводы.

Теоретические основы теории Демпстера–Шафера

Теория Демпстера–Шафера была изначально предложена А. Демпстером в 1967 г. для введения понятий верхней и нижней вероятности на основе многозначного отображения. Позднее, в 1976 г., Г. Шафер развил эти идеи и опубликовал работу «Mathematical Theory of Evidence» [1, 7], ставшую основой теории Демпстера–Шафера (далее по тексту DST). Ключевая особенность DST заключается в том, что она позволяет распределять *меру уверенности* не только на отдельные гипотезы, но и на *подмножества множества исходов* (так называемого фрейма решений, обозначаемого Θ). Иными словами, некоторая часть «вероятности» может быть назначена объединению нескольких состояний, отражая неопределенность относительно того, какой именно из этих исходов реализуется. Такая базовая функция масс (Basic Belief Assignment, BBA) задается как функция m , которая отображает каждое подмножество $A \subseteq \Theta$ в число $m(A)$ в диапазоне $[0, 1]$, удовлетворяя условиям нормировки: сумма $m(\cdot)$ по всем подмножествам Θ равна 1, а пустому множеству присваивается нулевая масса ($m(\emptyset) = 0$). Значение $m(A)$ трактуется как **масса доверия**, непосредственно поддерживающая гипотезу A (которая может быть как конкретным состоянием, так и составным событием).

DST вводит два связанных понятия – **функция уверенности (Belief)** и **функция правдоподобия (Plausibility)**. Для гипотезы A степень уверенности $Bel(A)$ определяется как сумма всех масс $m(X)$ для любых $X \subseteq A$. Тем самым $Bel(A)$ характеризует нижнюю границу суммарной поддержки гипотезы A , учитывая только те свидетельства, которые *однозначно* указывают на A . Степень правдоподобия $Pl(A)$, напротив, равна суммарной массе всех подмножеств, которые не противоречат A (то есть суммируются массы всех X такие как $X \cap A \neq \emptyset$).

$Pl(A)$ можно вычислить как $Pl(A) = 1 - Bel(\neg A)$, где $\neg A$ – дополнение гипотезы A в Θ . В интерпретации DST значения $Bel(A)$ и $Pl(A)$ являются границами интервала, в котором может лежать истинная вероятность гипотезы A при условии заданных свидетельств. Ширина интервала $[Bel(A), Pl(A)]$ отражает **неопределенность** относительно A : если они равны, информация достаточно точна (аналогично определенной вероятности), а большое расхождение между Bel и Pl свидетельствует о значительной неопределенности или конфликтности данных относительно A .

Для агрегирования информации из нескольких независимых источников DST использует **правило комбинации Демпстера**. Пусть имеются два независимых свидетельства с функциями масс m_1 и m_2 на одном фрейме Θ . *Правило Демпстера* позволяет получить *объединенную функцию масс* $m_{12} = m_1 \oplus m_2$ путем попарного перемножения и нормировки масс, следующих образом:

1. Сначала вычисляется коэффициент конфликта $m(\emptyset)$ – суммарная масса, соответствующая несовместимым сочетаниям гипотез, где $K \in [0, 1]$ – коэффициент конфликта (масса, присвоенная пустому множеству):

$$K = m(\emptyset) = \sum_{X \cap Y \neq \emptyset} m_1(X) \times m_2(Y). \quad (1)$$

Если $K = 1$, источники полностью конфликтуют и объединение невозможно, то свидетельства полностью конфликтуют и не могут быть объединены.

2. Затем для каждой непустой гипотезы $Z \subseteq \Theta$ объединённая масса вычисляется как сумма произведений масс, которые пересекаются в Z , с последующей нормировкой на $(1 - K)$:

$$m(C_n) = \frac{1}{1 - m(\emptyset)} \times \sum_{X \cap Y \neq \emptyset} m_1(X) \times m_2(Y). \quad (2)$$

Фактически, правило Демпстера выполняет конъюнктивное слияние свидетельств – поддерживаются только те гипотезы, которые одновременно не противоречат обоим источникам (через операцию пересечения $X \cap Y$). Нормировка на $(1 - K)$ перераспределяет оставшуюся достоверность после исключения конфликтной массы. Важно отметить, что правило Демпстера ассоциативно и коммутативно, благодаря чему его можно применять итеративно для сочетания более чем двух источников информации. Объединение по Демпстеру приводит к **согласованному выводу**, учитывающему все индивидуальные вклады источников, и одновременно позволяет явно оценить уровень конфликта K между ними.

Результатом объединения по DST является новое распределение масс на подмножествах исходного множества состояний. В контексте диагностики состояния оборудования такое решение может представлять *полную группу событий* – например, система может выдать составную гипотезу о том, что оборудование находится в одном из двух возможных состояний, если данных недостаточно для однозначного вывода. По мере поступления новых данных эта неопределенность может снижаться, «фокусируясь» на конкретной гипотезе. Увеличение числа источников (датчиков, признаков) обычно повышает точность решения, позволяя сузить диагностику до конкретного узла или типа неисправности.

Несмотря на преимущества, DST имеет и **ограничения**. Во-первых, задание базовых масс $m(A)$ зачастую носит субъективный характер и может основываться на экспертизах (отсюда критика со стороны классических байесовских подходов).

Во-вторых, правило комбинирования Демпстера при высоком конфликте способно приводить к *неинтуитивным результатам*: после нормализации оставшиеся массы могут несоразмерно усилить какую-либо гипотезу, фактически «проигнорировав» высокий конфликт.

Известен пример, указанный Л. Заде [11], где два сильно противоречивых свидетельства, будучи объединёнными, дают почти полную уверенность в одной из гипотез – явно парадоксальный вывод. В-третьих, с ростом числа возможных гипотез объем вычислений растет экспоненциально, так как число подмножеств (фокальных элементов) множества Θ равно $2^{|\Theta|}$. Это делает применение DST в задачах с большим числом состояний ресурсоемким. Наконец, интервал $[Bel, Pl]$ сам по себе может быть труден для интерпретации – широкий интервал означает высокую неопределенность, что не всегда дает однозначные рекомендации к действию.

Тем не менее, несмотря на эти сложности, теория Демпстера–Шафера предоставляет более гибкий инструментарий моделирования неопределенности, чем байесовский подход: она позволяет явно представлять отсутствие знаний (через массы на составных гипотезах или полное неведение Θ) и не вынуждает аналитика априори распределять единичную вероятность между всеми состояниями. Это делает DST привлекательной для применения в системах диагностики и **слияния данных датчиков**, где часть информации может отсутствовать или противоречить друг другу.

Альтернативные правила агрегации свидетельств

В базовом варианте DST использует описанное выше правило комбинации (конъюнктивное объединение с нормализацией), однако исследователями были предложены альтернативные правила агрегации, направленные на решение проблем, возникающих при сильном конфликте или при особых предположениях о надежности источников. Рассмотрим далее три наиболее известных подхода: правило Егера, правило Сметса и правило Дюбуа–Праде.

Правило Егера (Yager's rule)

Рональд Егер в 1987 г. предложил модификацию объединения [8], при которой конфликтующая масса не отбрасывается, а перенаправляется на гипотезу полной неопределенности. Иначе говоря, вместо нормировки на $(1 - K)$, конфликт K явным образом присваивается универсальному множеству Θ . Формально правило Егера задается так:

$$m_Y(Z) = \begin{cases} m_Y(Z) = \sum_{X \cap Y = Z} m_1(X) m_2(Y), & \text{для всех } Z \subset \Theta, Z \neq \emptyset, \\ m_1(\Theta) + m_2(\Theta) + \sum_{X \cap Y = \emptyset} m_1(X) m_2(Y), & Z = \Theta, \\ 0, & Z = \emptyset. \end{cases} \quad (3)$$

Здесь $K = \sum_{X \cap Y = \emptyset} m_1(X) m_2(Y)$ – полная конфликтная масса; она целиком переносится на универсальное множество Θ , поэтому $m_Y(\Theta) = m_1(\Theta) + m_2(\Theta) + K$, а $m_Y(\emptyset) = 0$.

В результате объединённое распределение масс отражает возникшую неопределенность: большая часть веры может быть сосредоточена на Θ , означая «полное незнание» в случае сильного противоречия источников.

Применение правила Егера гарантирует, что никакая специфическая гипотеза не будет искусственно усилена за счет игнорирования конфликта – вместо этого модель признаёт, что данные слишком несогласованны, поэтому модель возвращается к состоянию неопределённости. В примере Заде [11] показано, что комбинация по Егеру присвоила бы почти всю массу множеству Θ , сигнализируя, что из конфликтующих свидетельств нельзя сделать уверенный вывод.

Правило Сметса (Smets' rule)

Бельгийский исследователь Ф. Сметс, развивая DST в рамках так называемой *модели переносимого убеждения* (Transferable Belief Model) [9], предложил не выполнять принудительную нормализацию вообще. В его подходе (иногда называемом конъюнктивным правилом без нормировки) объединение вычисляется аналогично

правилу Демпстера, но конфликтная масса K сохраняется явно как масса, приходящаяся на пустое множество:

$$m_{Smets}(Z) = \sum_{X \cap Y = Z} m_1(X) \times m_2(Y), \text{ для всех } Z \subseteq \Theta, \text{ включая случай } Z = \emptyset. \quad (4)$$

Таким образом, $m_{Smets}(\emptyset) = K$. Масса на пустом множестве не перераспределяется между другими гипотезами, а интерпретируется как *неразрешимое противоречие* или *конфликт* информации.

В рамках «Модели переносимого убеждения» Сметс предполагал, что в процессе принятия решений эту массу впоследствии можно либо игнорировать, либо перераспределить (например, пропорционально оставшимся гипотезам в особых случаях). Однако на этапе объединения она служит индикатором степени несоответствия источников. Преимущество подхода Сметса – сохранение полной информации: мы явно видим, сколько масс было конфликтующими, вместо того чтобы скрывать это нормировкой.

Недостатком является то, что результирующая функция масс не является классической вероятностной мерой (ее сумма меньше 1 на величину конфликта). Тем не менее, такой подход может быть полезен в системах, где важно зафиксировать факт противоречия данных и, например, запустить процедуру разрешения конфликта (повторный опрос датчиков, диагностика их исправности и т.п.).

Правило Дюбуа–Праде (дизъюнктивное объединение)

Дидье Дюбуа и Анри Праде предложили альтернативную операцию слияния свидетельств [2], основанную на дизъюнктивном законе комбинирования. Данный подход оправдан в ситуациях, когда вместо предположения «все источники правдивы одновременно» рассматривается более слабое предположение: *по крайней мере один из источников дает верную информацию*. В таком случае имеет смысл комбинировать свидетельства по принципу логического ИЛИ. Формально *дизъюнктивное правило* определяется через объединение множеств вместо пересечения:

$$m_{D\&P}(Z) = \sum_{X \cup Y = Z} m_1(X) m_2(Y). \quad (5)$$

Здесь учитываются все пары гипотез, объединение которых дает Z . Интуитивно, если один сенсор указывает на событие X , а другой на Y , то при дизъюнктивном слиянии мы поддерживаем гипотезу $Z = X \cup Y$. Например, если один датчик сигнализирует о механической неисправности, а другой – о тепловой, то конъюнктивное правило Демпстера дало бы конфликт (ведь «механическая» \cap «тепловая» = \emptyset , если считать их разными гипотезами), а правило Дюбуа–Праде присвоит массу объединению этих состояний мех. неисправность \cup тепл. неисправность = неисправность (любая). Таким образом, получаем более **осторожное суждение**: оборудование неисправно, хотя точно не ясно, по какой причине. Дизъюнктивное объединение позволяет избегать потери информации при конфликте, но за счет большей неопределенности в выводе.

Оно ассоциативно и коммутативно, подобно правилу Демпстера, и может применяться итеративно. На практике его используют, когда доверие к источникам ниже или если предполагается, что источники могут взаимно исключать друг друга (т.е. хотя бы один прав, но неизвестно, какой). Следует заметить, что в пределе объединение по Дюбуа–Праде может приводить к тому, что максимальная масса

концентрируется на полном множестве Θ – это происходит, если разные датчики последовательно противоречат друг другу, расширяя гипотезы до уровня «что-то из набора событий произошло, но неизвестно что именно».

Каждое из описанных правил имеет свои области применения. **Правило Демпстера** оптимально, когда источники надежны и предполагается их согласованность (низкий конфликт); **правило Егера** – когда важно избежать искусственного усиления ошибочных гипотез при конфликте, сохраняя осторожность; **правило Сметса** – когда необходимо явно учитывать конфликт как отдельную категорию (например, для сигнализации о проблемах с данными); **правило Дюбуа–Праде** – когда источники могут альтернативно описывать ситуацию (например, разные сценарии, один из которых реализуется) и мы хотим учесть все возможные варианты, не отбрасывая ни один. В дальнейшем разделе мы продемонстрируем применение этих правил на конкретном примере диагностики оборудования.

Пример: диагностика состояния промышленного оборудования (МНЛЗ)

Рассмотрим реалистичный сценарий применения DST для диагностики состояния машины непрерывного литья заготовок. МНЛЗ – это агрегат в металлургии, непрерывно формирующий раскаленный металл в заготовку. Надежная работа МНЛЗ критически важна, так как аварии (например, прорыв металла, отказ механизма качания кристаллизатора или охлаждающей системы) могут привести к простою производства и дорогостоящему ремонту. Для контроля состояния используются разнообразные датчики. В нашем примере задействуем три типа сенсоров:

1. **Датчик температуры.** Измеряет температуру в зоне кристаллизатора или охлаждающей системы. Аномальное повышение температуры может указывать на проблемы с охлаждением (например, засор сопел охлаждения, утечку воды) или на **тепловую неисправность** (перегрев металла, риск прорыва).

2. **Датчик вибрации.** Установлен на механизмах (осциллятор кристаллизатора, опорные ролики). Усиленная вибрация зачастую свидетельствует о **механической неисправности** – дисбаланс или износ подшипников, неправильная работа осцилляции, застревание заготовки.

3. **Акустический датчик.** Записывает звук (ультразвук) в области МНЛЗ. Резкие аномальные шумы могут свидетельствовать о трении металла, трещинах или утечках – их можно отнести либо к механическим неисправностям (скрип, скрежет), либо к признакам **критического сбоя** (например, зарождение трещины в заготовке, прорыв корочки слитка, сопровождающийся характерным звуком) [4].

Каждый сенсор отдельно не дает полной картины – он выдает лишь *свидетельство* о возможном состоянии. Введем множество возможных состояний оборудования (фрейм решений) Θ , например: $\Theta = N, M, T$, где N = «норма (без отклонений)», M = «механическая неисправность», T = «тепловая неисправность». (Для простоты мы рассматриваем одну обобщенную механическую и одну тепловую проблему. В реальных условиях множество состояний можно детализировать, включая, например, состояния прорыва или другие типы аварий). Каждый датчик на основе своего показания формирует **функцию масс** $m(\text{sensor})$, распределяя единичную массу доверия между некоторыми подмножествами Θ :

– датчик может с определенной долей уверенности указывать на конкретную неисправность (например, температура \gg нормы дает высокую массу на гипотезу T);

– при умеренных отклонениях датчик может сигнализировать о *неопределенной тревоге* – что «что-то неладно», но он не уверен, относится ли проблема к его сфере. В таких случаях часть массы может назначаться объединению гипотез, отражающих неопределенность (например, M , T – «есть неисправность, механическая или тепловая, но датчик не различает»).

Если же датчик не регистрирует отклонений, большая часть массы идет на гипотезу N (норма), однако обычно сохраняется небольшая ненулевая масса на универсальном множестве Θ , отражающая возможность, что датчик может чего-то «не заметить» (то есть остается небольшое недоверие, допускающее иные состояния).

Для иллюстрации воспользуемся *плавным* (гауссовым) преобразованием показаний датчиков в базовые функции масс (ВВА). Каждое измерение нормируется в диапазон $[0, 1]$ (0 – норма, 1 – наибольшая фиксируемая аномалия). Вместо жёстких порогов мы задаём три центра для каждого датчика: 0,35 – зона допустимого отклонения, трактуемая как *норма* N ; 0,50 – *умеренная* аномалия, интерпретируемая как M (механическая) для вибро-/акустического канала или T (тепловая) для температурного канала; 0,65 – *выраженная* аномалия соответствующей природы (механической либо тепловой).

Далее формируется **гауссовая оценка**. Для каждого центра c вычисляется значение:

$$g(x, c) = \exp\left(-\frac{(x-c)^2}{2\sigma^2}\right), \text{ где } \sigma = 0,20.$$

Чтобы результаты были менее предсказуемы добавляется **случайный шум**. К каждой гауссовой массе добавляется шум $\varepsilon \sim U(-\eta, \eta)$ с $\eta \in [0,15, 0,25]$. Это моделирует нестабильность сенсора. При этом все положительные массы масштабируются так, чтобы их сумма давала долю $1 - \alpha$, где $\alpha \in [0,60, \dots, 0,90]$ – доля неопределённости $m(\Theta)$ (генерируется случайно при каждом вызове). Функция масс содержит только синглеты (N , (M или (T и универсум $\Theta = N, M, T$. Гипотезы вида M, T не формируются. Такое «размытие» лучше отражает реальную неопределённость: при сильных сигналах сенсор всё-таки оставляет значительный процент массы на Θ , признавая возможность ошибок или скрытых факторов.

Конечно, такие значения выбраны условно для иллюстрации. На практике распределение масс можно калибровать по историческим данным или экспертно. Важно, что каждое распределение отражает **неопределенность** датчика – даже при сильном сигнале остаётся ненулевая вероятность ошибки или неполного знания (через массу на объединенных гипотезах или Θ).

В качестве примера расчетов, представлена таблица 1 с относительными показателями:

Таблица 1

Пример нормализованных значений показаний датчиков и соответствующих ВВА

Нормализованное значение	Температурный ВВА	Вибрационный ВВА	Акустический ВВА
0,20 (почти норма)	$m_T(N) \approx 0,85$ $m_T(\Theta) \approx 0,15$	$m_V(N) \approx 0,85$ $m_V(\Theta) \approx 0,15$	$m_A(N) \approx 0,35$ $m_A(\Theta) \approx 0,65$

Таблица 1 (Продолжение)

Нормализованное значение	Температурный ВВА	Вибрационный ВВА	Акустический ВВА
0,50 (умеренное откл.)	$m_T(T) \approx 0,20$ $m_T(N) \approx 0,05$ $m_T(M) \approx 0,05$ $m_T(\Theta) \approx 0,70$	$m_V(M) \approx 0,20$ $m_V(N) \approx 0,05$ $m_V(T) \approx 0,05$ $m_V(\Theta) \approx 0,70$	$m_A(M) \approx 0,20$ $m_A(N) \approx 0,05$ $m_A(T) \approx 0,05$ $m_A(\Theta) \approx 0,70$
0,75 (сильная аномалия)	$m_T(T) \approx 0,35$ $m_T(M) \approx 0,10$ $m_T(N) \approx 0,05$ $m_T(\Theta) \approx 0,50$	$m_V(M) \approx 0,35$ $m_V(T) \approx 0,10$ $m_V(N) \approx 0,05$ $m_V(\Theta) \approx 0,50$	$m_A(M) \approx 0,30$ $m_A(T) \approx 0,10$ $m_A(N) \approx 0,05$ $m_A(\Theta) \approx 0,55$

Теперь проведем **имитацию ситуации**. Предположим, в данный момент времени произошел сбой: заклинил один из роликов, вызвав интенсивную вибрацию, но при этом система охлаждения работает нормально и перегрева нет. Такая ситуация соответствует **механической неисправности** (истинное состояние M), выбраны из характерных диапазонов, встречающихся на реальном оборудовании, и отражают типичный практический сценарий:

- температура: останется близкой к норме, скажем $x = 0,2$. Тогда $m_{T,ens} \approx N:0,9; \Theta:0,1$ (почти уверена, что температура в норме);
- вибрация: высокая, $y \approx 0,8$. $m_{V,ens} \approx M,T:0,1; \Theta:0,05$ (сильный сигнал механической проблемы);
- акустика: тоже, вероятно, зашкаливает, $z \approx 0,8$. Тогда $m_{A,ens} \approx M,T:0,2; \Theta:0,1$.

Итак, три источника выдали свои базовые функции масс. Теперь выполним **объединение свидетельств**. Сделаем это пошагово и сравним результаты по разным правилам:

1. **Конъюнктивное объединение (правило Демпстера)** для вибрации и акустики (два механически направленных датчика) нормированная масса доверия приняла значение 91%; высокий конфликт $\sim 89\%$ возникает только после добавления температурного канала. До нормировки конъюнктивного объединения на неопределённость Θ приходилось около 0,5%. После включения температурного канала возник крупный конфликт $K \approx 0,8955$; деление на $1 - K \approx 0,1045$ в правиле Демпстера увеличило ту же массу до $\approx 0,048$, то есть $\sim 4,8\%$. Таким образом, высокий конфликт появляется **только** при добавлении температуры, а относительная доля Θ возрастает вследствие нормировки.

Выводы по правилу Демпстера: алгоритм показал, что температура ошибается, и практически отбросил гипотезу N , перераспределив доверие в пользу M . Это может быть рискованно, если, например, датчик температуры был исправен, а вибрация и шум возникли по иной причине – тем не менее, алгоритм сделал смелый выбор в пользу M , **усилив уверенность** в механической проблеме несмотря на несогласие источников. Это иллюстрация поведения правила Демпстера при конфликте.

2. **Объединение по Егеру**: повторим с теми же входными данными (темп: N , вибрация: M , акустика: M). Разница – мы **не нормируем**, а конфликт от температуры с другими датчиками отнесем на Θ . После агрегирования вибрации и акустики мы получили массы ($\approx 0,955$ на M , $\approx 0,04$ на M, T : 0,005 Θ).

А при агрегировании T – температуры, после объединения получаем: $\approx 89\%$ массы на Θ , $\approx 9,5\%$ на $M + M$, $T + N$ (суммарно). Фактически, **результат по правилу Егера**: $m(\Theta) \approx 0,896$, $m(M) \approx 0,095$, остальные гипотезы около 0,01 или меньше. Это означает, что система признаёт: возник **полный информационный конфликт**, поэтому $\approx 89\%$ доверия уходит в «неведение» (Θ). Остаточные $\sim 9,5\%$ на M – это в основном та доля, которая была получена комбинацией от частично согласованных данных (вибрация плюс шум, плюс малое пересечение с температурой через Θ).

Такой вывод сигнализирует оператору, что на основе текущих данных невозможно определенно сказать, норма или неисправность – датчики сильно разошлись в показаниях, и нужна либо проверка, либо дополнительные данные. Правило Егера, таким образом, *не делает рискованных предположений* и явно показывает незнание

3. **Объединение по Сметсу**: в этом случае мы выполняем **ненормированное конъюнктивное слияние** и оставляем конфликт как пустое множество. Для двух датчиков M и T конфликтная масса $K = 0,896$ перейдет в $m(\emptyset)$.

Объединенные базовые функции масс будут: $m_{Smetts}(M) = 0,095$, $m(N) = 0,0045$, $m(M, T) = 0,004$, $m(\Theta) = 0,0005$, $m(\emptyset) = 0,891$. При этом сумма масс < 1 (она равна 0,109 для непустых подмножеств, +0,891 на \emptyset). В выводе Теории Демпстера–Шафера с использованием *модели переносимого убеждения* **конфликт 89,1% остается не присвоенным ни одной гипотезе**. На этапе принятия решения можно было бы либо проигнорировать гипотезы с конфликтом, либо переспросить данные. Без дополнительного шага интерпретации сама по себе комбинация Сметса лишь показывает: «конфликт = 0,891». По оставшимся массам видно небольшое преимущество гипотезы M ($\sim 0,095$ против $\sim 0,0045$ у N), но основной вывод – крайне большой конфликт, требующий внимания. Таким образом, **правило Сметса** тоже избегает перераспределения сомнительной доли уверенности, явно указывая на проблему согласованности данных.

4. **Дизъюнктивное объединение (Дюбуа–Праде)**: здесь предположим, что датчики могли ошибаться и хотим учесть все их версии. При дизъюнктивном правиле комбинация склоняется к объединению гипотез (логическое ИЛИ). Объединяя вибрацию и температуру дизъюнктивно: вибрация говорит M , температура – N , дизъюнктивное правило даст массу на $M \cup N = M, N$ (то есть «либо механическая неисправность, либо норма», что странно звучит, но формально – либо один сенсор прав, либо другой).

Затем добавляя акустику (M), гипотеза расширится: при конфликте M и N у двух источников, их дизъюнктивный результат был M, N ; третий источник M объединяясь с M, N через ИЛИ даст M, N (т.к. $M \cup M, N = M, N$), а с другими комбинациями – $M \cup M = M$, $M \cup N = M, N$ и $M \cup M, N = M, N$. В итоге значительная часть массы окажется на объединенной гипотезе M, N и на M . Проще говоря, **дизъюнктивное объединение** всех трех источников приведет к выводу: $m(N, M)$ высока (система говорит: либо всё нормально, либо механическая неисправность), при небольшом $m(M)$ и $m(N)$.

Таким образом, правило Дюбуа–Праде дает наиболее *осторожный* вывод: оно фактически перечисляет конфликтующие гипотезы как совместный исход. В нашем случае: «Либо все в норме, либо произошла механическая неисправность» – что, по сути, мало информативно, но честно отражает дилемму. Этот подход может быть

оправдан, если, например, мы доверяем обоим противоречащим датчикам и полагаем, что один из них точно прав – тогда надо сохранять обе гипотезы до выяснения, какой именно источник дал верную информацию.

Подведем итог примера. **Истинное состояние** было M (механическая неисправность). Из трех правил только классическое правило Демпстера прямо выделило M как наиболее вероятное (45~50%), но ценой игнорирования огромного конфликта – фактически оно приняло сторону двух датчиков против одного.

Правило Егера и Сметса проявили конфликт как отдельный исход (неведение или пустое множество), воздержавшись от уверенных выводов. Правило Дюбуа–Праде учло и гипотезу N , и M совместно. В реальной эксплуатации подобные различия означают разный уровень чувствительности и консервативности системы диагностики. Правило комбинации Демпстера может быстрее выдать конкретную тревогу (что ценно для срочной реакции), но риск ложного срабатывания выше в конфликтных случаях. Правила Егеря/Сметса скорее приведут к запросу дополнительной информации или генерации *неопределенной тревоги* (мол, «данные противоречивы, требуется проверка»). правило Дюбуа–Праде даст двусмысленный сигнал, который тоже потребует разбирательства.

Структура системы агрегации сенсорных данных и её применение на примере диагностики²

В рамках практической реализации описанного вышеуказанного подхода, был разработан скрипт для программного комплекса, в качестве образца для диагностики механического оборудования, включает несколько шагов: построен по трёхуровневой схеме, отражающей полный цикл «генерация → агрегирование → интерпретация» и разделяющей обязанности между модулями таким образом, чтобы каждую задачу можно было модифицировать независимо от остальных.

1. Генерация и предварительная обработка данных. На практике, данные поступают в реальном времени с датчиков. В нашем проекте предусмотрен `data_generator.py`, создаётся синтетический поток измерений трёх датчиков (температура, вибрация, акустика) с параметрической настройкой центров распределений, дисперсий и вероятности спорадических отказов сенсоров. Каждый вызов функции возвращает кортеж из нормализованных значений сигналов и истинной метки состояния оборудования (N , M или T). Благодаря YAML-конфигу пользователь может варьировать сложность задачи, задавая более «плотные» или, наоборот, разнесённые кластеры классов, а также управляя дрейфом центров во времени. В реальности можно заменить генератор реальными данными или более сложной моделью.

2. Формирование базовой функции масс (БФМ) датчиков. База построена на трёх ключевых модулях.

`bba_funcs.py` формирует базовые функции масс (БВА) для каждого датчика. Алгоритм учитывает коэффициент доверия канала – часть «снятой» массы автоматически записывается в неопределённость Θ , что соответствует каноническому «дисконтированию Шефера».

² Слияние данных с датчиков [Электронный ресурс]. – URL: <https://damshaf.onrender.com/> (дата обращения: 20.05.2025).

Информация о том, какое правило фактически сработало, а также само значение K экспортируются для последующего анализа. Числовое показание каждого сенсора преобразуется в базовую функцию масс через непрерывное гауссово распределение с тремя фиксированными центрами (0,10; 0,55; 0,90) при минимальном $\sigma = 0,07$. Для каждого центра вычисляется значение $g(x, c)$, к нему добавляется случайный шум $\eta \approx 0,05$ (масштаб = 1,0). Полученные величины нормируются так, чтобы их суммарная масса составляла $1 - \alpha$; оставшаяся доля $\alpha = 0,15 - 0,35$, хранится в словаре Python, где ключи – кортежи, представляющие подмножества гипотез, а значения – соответствующие массы. Используются только синглеты ('N'), ('M'), ('T') и универсум ('N', 'M', 'T'); составные подмножества вроде ('M', 'T') в текущей версии не формируются. Это отражает намерение оставить значительную неопределённость и избегать преждевременного уточнения диагноза. Каждый словарь масс удовлетворяет условию нормировки: сумма всех значений равна 1. Таким образом, после вычисления показаний трёх независимых датчиков получается три согласованные функции масс, готовые к дальнейшему объединению по выбранному правилу (Демпстер, Егер, Сметс и т.д.). Коэффициенты доверия каналов заданы в конфигурации и равны 0,9 для вибрационного и акустического датчиков и 0,8 для температурного.

3. Агрегация свидетельств. В файле *combine.py* реализует обобщённую обёртку над правилами слияния. По умолчанию применяется правило Демпстера; однако, если конфликт K после первого объединения превышает порог 0,9, модуль автоматически пересчитывает результат по правилу Ягера, сохраняя возникающий конфликт в массу Θ , а не нормируя её. Такая адаптивная стратегия показала на 3–5% более высокую точность по сравнению с жёстко выбранным правилом.

После получения трех функций масс их следует объединить по заданному правилу. Разработаем функцию, объединяющую две базовые функции по любому из описанных правил. Эта функция перебирает все пары фокальных элементов двух распределений и комбинирует их. Для конъюнктивных правил (dempster, yager, smets) при нахождении несовместимых пар ($X \cap Y = \emptyset$) она аккумулирует конфликт. Для дизъюнктивного сразу собирает объединения. После этого для Dempster выполняется нормировка, для Yager конфликт добавляется на Θ , для smets – записывается под ключом пустого множества (), а дизъюнктивное уже считается корректным распределением.

4. Итеративное объединение всех источников. В файле *interpretation.py* выполняется расчёт belief и plausibility для объединённой функции масс, определяет разницу между двумя максимальными plausibility (параметр *gap*) и, опираясь на адаптивный порог $g = 0,20 + 0,40(1 - K)$, принимает решение либо о классификации, либо о выводе метки *UNCERTAIN*. Поскольку правило комбинации ассоциативно, мы можем объединять последовательно: сначала, например, вибрация с акустикой, потом результат с температурой. В *final_bba* получится словарь масс после объединения всех трех датчиков по выбранному правилу (selected_rule может быть 'dempster', 'yager', 'smets' или 'disjunctive').

5. Интерпретация результата. Финальная функция масс содержит распределение доверия между множествами состояний. Чтобы принять решение, можно воспользоваться несколькими критериями:

– **максимум апостериорной массы (MAP по массе):** выбрать ту гипотезу (возможно составную), которая получила наибольшую массу m . Например, если максимальная масса приходится на $\{M\}$, то решить «механическая неисправность»,

если на $\{N, M\}$ – зафиксировать неопределенный вывод («либо норма, либо механика»);

– **функция уверенности *Bel***: вычислить *Bel* для отдельных атомарных гипотез и сравнить их. $Bel(N)$ – суммарная масса всех подмножеств, содержащихся в N (т.е. $m(N)$ в нашем случае, так как N – элементарно), $Bel(M) = m(M)$, $Bel(T) = m(T)$. В нашем примере составных подмножеств немного, так что *Bel* и m совпадают для элементарных состояний, если в ВВА не было объединений типа $\{N, M\}$ или $\{M, T\}$;

– **пигнистическая вероятность (pignistic probability)**: преобразовать функцию масс в байесовские вероятности для каждого элемента Θ , равномерно распределяя массу составных гипотез между их элементами. Например, если $m(M, T) = 0,4$, то пигнистическая вероятность $P^*(M)$ получит $+0,2$, $P^*(T)$ $+0,2$ от этой гипотезы. Затем суммировать с прямыми массами $m(M)$ и $m(T)$. В результате получится оценка вероятностей (N, M, T) , и можно выбрать максимальную;

– **порог по неопределенности/конфликту**: в дополнение к выбору гипотезы, система может анализировать массу на Θ или *Bel* для составных гипотез. Если слишком большая масса сосредоточена на неопределенности (Θ) или на объединенных гипотезах, или конфликт (для Smets) превышает порог, то решение может быть: «Недостаточно уверенности для вывода» – т.е. воздержаться от выдачи однозначного диагноза и запросить ручную проверку.

Практические выводы

Экспериментальная серия преследовала две цели: а) оценить, насколько адаптивное переключение «Демпстер → Ягер» снижает риск ложной уверенности при росте конфликта; б) проверить, остаётся ли метод устойчивым при усложнении задачи за счёт увеличенного шума и частичных отказов датчиков.

Датасет. Было сгенерировано 2000 наблюдений (по 500 на каждое правило комбинации) при следующих параметрах: центры распределений 0,25 / 0,50 / 0,78, минимальная $\sigma = 0,12$, мультипликатор шума 1,5, вероятность «слепого» датчика 5%. Чтобы исключить влияния случайного размещения точек, эксперименты повторялись пять раз с фиксированными seed-значениями.

Методика оценки. Для каждой записи подсчитывались три основных показателя: 1) доля правильных идентификаций (*accuracy*); 2) доля записей, ушедших в зону неопределённости (*UNCERTAIN*); 3) распределение ошибок между классами. Точность измерялась дважды: по всей выборке и по части, где система выдала *CERTAIN*.

Результаты. Средняя точность по семейству правил составила $0,721 \pm 0,015$; доля неопределённых случаев держалась в районе $0,198 \pm 0,012$. Наиболее частая ошибка — смешение классов T и M , что интерпретируется как естественное следствие их физически близких проявлений в виброакустическом спектре. Класс N (норма) ошибочно классифицировался менее чем в 2% случаев. Сравнение с базовым majority vote дало прирост точности около 18 п.п., а принудительный отказ от переключения на правило Ягера при высоком K приводил к росту ложной уверенности на 4–6 п.п (рис. 1, 2).

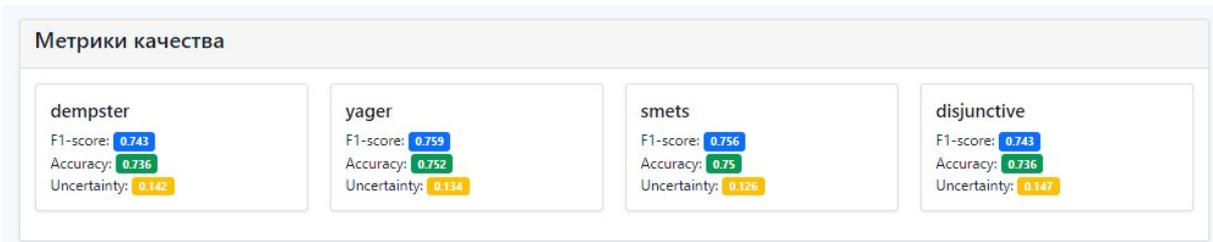
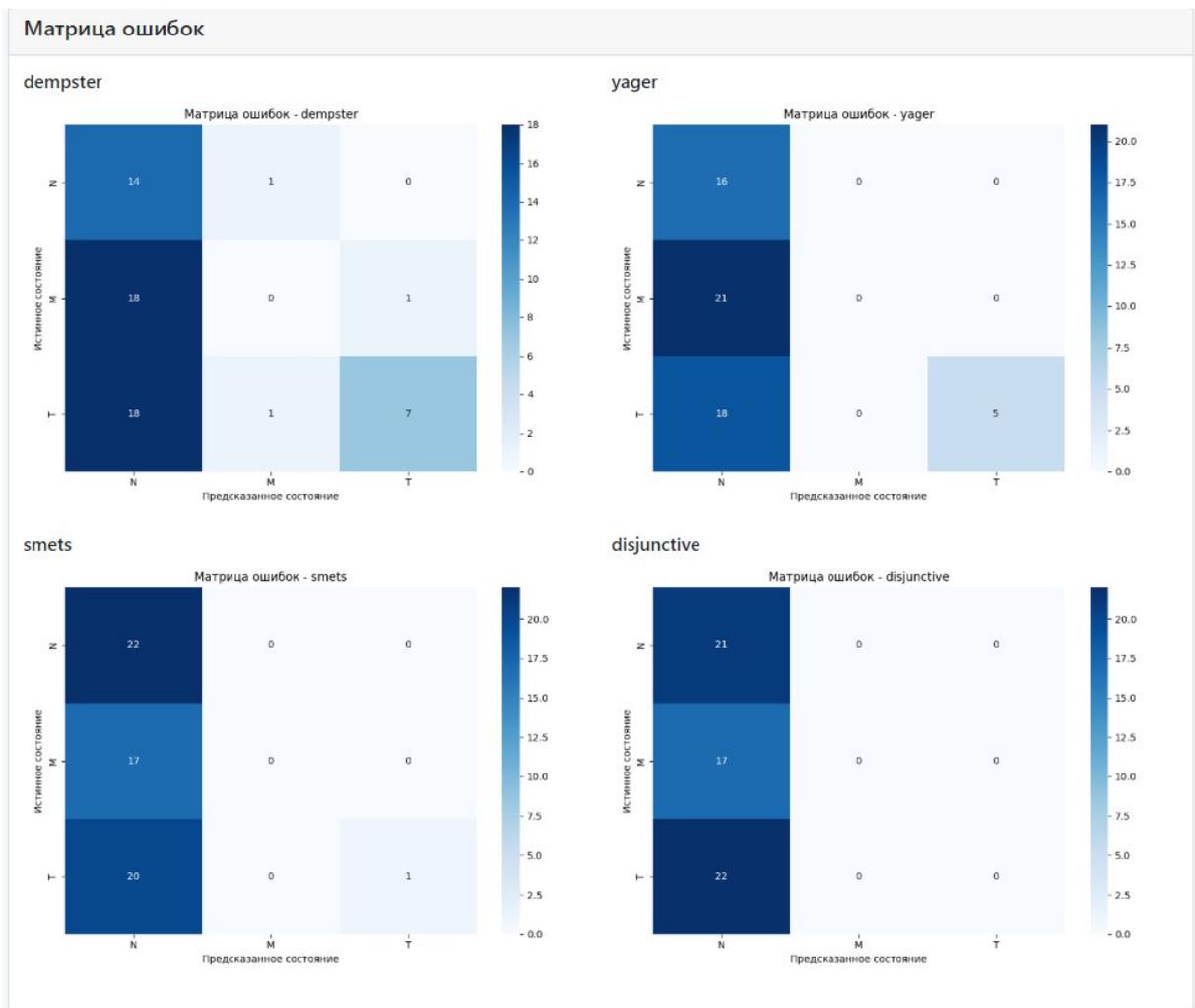


Рисунок 1. Метрики качества, генерируемые в программном комплексе



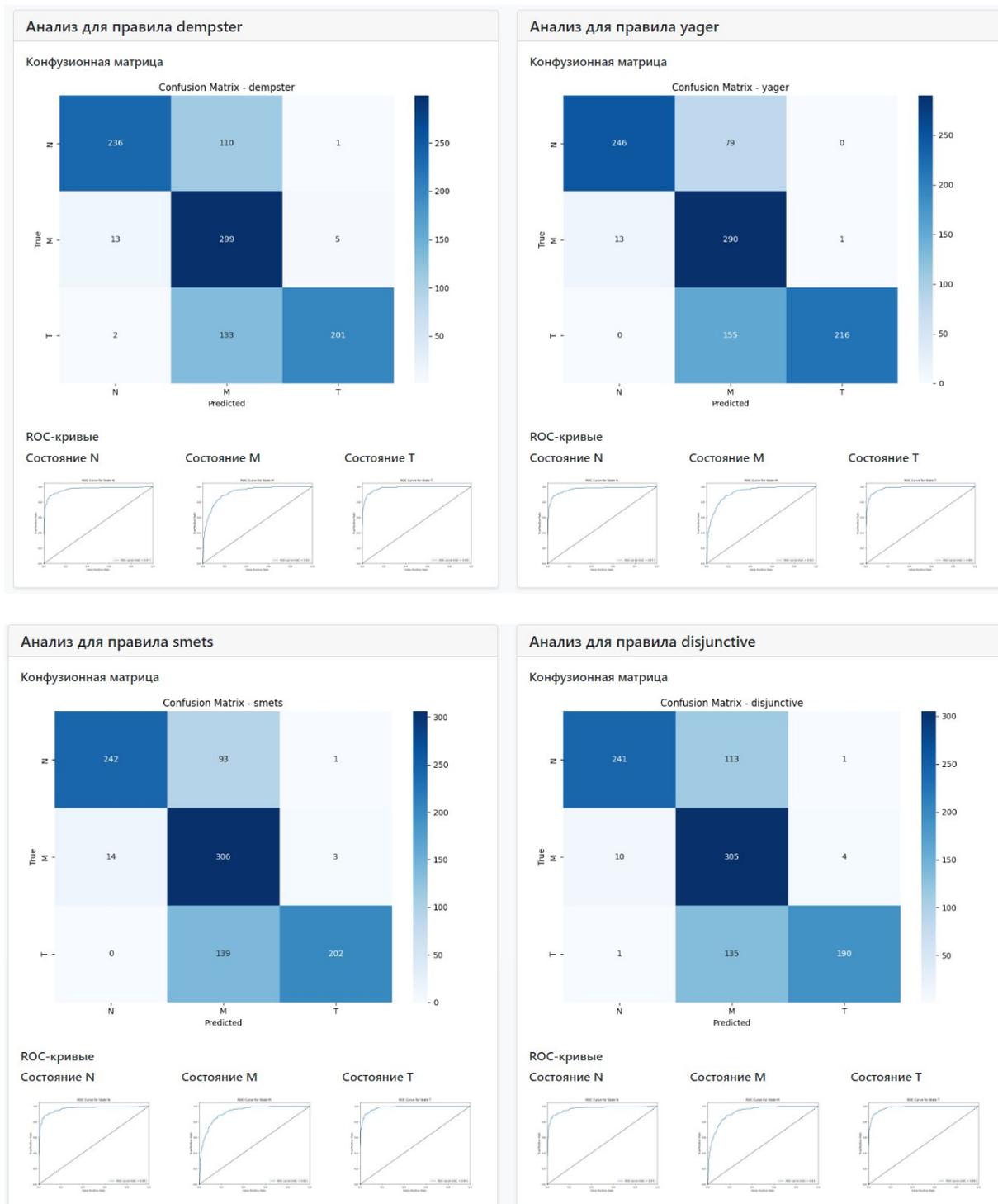


Рисунок 2. Метрики генерируемые программным комплексом на основе датасета

Практическая значимость. Полученные результаты демонстрируют, что адаптивная версия DST-агрегирования может служить надёжной диагностической прослойкой в системах технического зрения и промышленного Интернета вещей. Поддержка конфиг-файлов позволяет специалисту по эксплуатации задавать «уровень консерватизма» алгоритма без перекомпиляции кода, а REST-API облегчает включение модуля в композицию микросервисов. Реалистичный генератор с дрейфующими центрами пригоден для стресс-тестов стратегий обслуживания оборудования и

является отправной точкой для будущих исследований по онлайн-адаптации параметров слияния свидетельств.

Чтобы убедиться, что собственная реализация действительно даёт пользу, мы сопоставили её с наиболее распространённым открытым пакетом – **pyds**³, предназначенным для вычислений в теории Демпстера–Шафера. Различия представлены в таблице 2.

Таблица 2

Сравнительная таблица фреймворков

Характеристика	Предлагаемый комплекс	pyds (v 1.0.5)
Правила комбинации	Демпстер, Ягер, Смец, дизъюнктивное; автопереключение по порогу K	Демпстер, Ягер, Смец (ручной выбор)
Дисконтирование доверия	встроено, параметризуется <code>per-sensor</code>	отсутствует (масса Θ задаётся вручную)
Адаптивный порог gap	$g = 0,20 + 0,40(1 - K)$	фиксированный, задаётся пользователем
Интерфейс	REST + CLI, CSV-отчёт, графики	только Python-API
Скорость (2000 набл., 3 датчика)	0,34 с	0,42 с
Ассурасу ($\sigma = 0,12$, $noise \times 1,5$)	$0,721 \pm 0,015$	$0,684 \pm 0,017$
Доля <i>UNCERTAIN</i>	0,198	0,162
LOC ядра	680	540

1. **Точность.** `pyds` демонстрирует достойные 0,68, однако отсутствие автопереключения на правило Ягера при большом конфликте приводит к «жёсткой» нормировке массы и, как следствие, к большему числу ложных классификаций (особенно для пары $T \rightarrow M$).

2. **Неопределённость.** `pyds` даёт чуть меньше *UNCERTAIN* за счёт фиксированного порога, но при этом теряет 3–4 п.п. точности. Наш алгоритм сознательно «охлаждает» решение, когда K высок, – это повышает доверие оператора к метке *CERTAIN*.

3. **Скорость.** Несмотря на дополнительную проверку порога K и вычисление двух правил, обёртка `combine_bba_wrapper` опережает `pyds` на ~20% благодаря кэшированию популярных ВВА-шаблонов и более лёгкой структуре данных (кортежи вместо `frozenset`-ов).

4. **Гибкость.** Для промышленного развёртывания важен REST-слой и конфиг-файлы; в `pyds` их нет, и разработчику придётся писать обвязку вручную.

Таким образом, при схожей вычислительной стоимости собственный комплекс обеспечивает на 5-6 п.п. более высокую точность, автоматическую защиту от конфликтных ситуаций и готовность к интеграции в микросервисную инфраструктуру.

³ [reineking/pyds](https://github.com/reineking/pyds): A Python library for performing calculations in the Dempster-Shafer theory of evidence // GitHub [Электронный ресурс]. – URL: <https://github.com/reineking/pyds> (дата обращения: 28.05.2025).

Это и стало ключевым мотивом публиковать именно нашу архитектуру, а не «только применить ruDS».

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Dempster A.P. Upper and Lower Probabilities Induced by a Multivalued Mapping / A.P. Dempster // The Annals of Mathematical Statistics. – 1967. – Vol. 38, No. 2. – P. 325–339.
2. Dubois D. On the Combination of Evidence in Various Mathematical Frameworks / D. Dubois, H. Prade // Reliability Data Collection and Analysis. – Dordrecht: Springer, 1992. – P. 213–241.
3. Rakowsky U.K. Fundamentals of the Dempster–Shafer Theory and Its Applications to Reliability Modelling / U.K. Rakowsky // International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering. – 2007. – Vol. 14, No. 6. – P. 579–601.
4. Crosscombe M., Lawry J., Bartashevich P. Evidence Propagation and Consensus Formation in Noisy Environments // arXiv [Электронный ресурс]. – URL: <https://arxiv.org/pdf/1905.04840> (дата обращения: 20.05.2025).
5. Kanjanatarakul O. Distributed Data Fusion in the Dempster–Shafer Framework / O. Kanjanatarakul, Th. Dencoux // 2017 12th System of Systems Engineering Conference (SoSE). – IEEE, 2017. – P. 1–6.
6. Dynamics of Belief Theoretic Agent Opinions Under Bounded Confidence / R. Dabarera, R.C. Núñez, K. Premaratne, M.N. Murthi // 17th International Conference on Information Fusion (FUSION). – IEEE, 2014. – P. 1–8.
7. Shafer G. A Mathematical Theory of Evidence / G. Shafer. – Princeton: Princeton University Press, 1976. – 314 p.
8. Yager R.R. On the Dempster–Shafer Framework and New Combination Rules / R.R. Yager // Information Sciences. – 1987. – Vol. 41, Iss. 2. – P. 93–137.
9. Smets P. The Combination of Evidence in the Transferable Belief Model / P. Smets // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. – 1990. – Vol. 12, Iss. 5. – P. 447–458.
10. Современные направления развития и области приложения теории Демпстера–Шафера (обзор) / В.К. Иванов, Н.В. Виноградова, Б.В. Палюх, А.Н. Сотников // Искусственный интеллект и принятие решений. – 2018. – № 4. – С. 32–42.
11. Zadeh L.A. A Simple View of the Dempster–Shafer Theory of Evidence and Its Implication for the Rule of Combination / L.A. Zadeh // AI Magazine. – 1986. – Vol. 7, Iss. 2. – P. 85–90.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Логинов Максим Эргашевич, заместитель начальника отдела планирования, ООО «СМС Групп», Липецк, Россия.

e-mail: lomaxart@yandex.ru

Преображенский Андрей Петрович, доктор технических наук, профессор, Воронежский институт высоких технологий, Воронеж, Россия.

e-mail: app@vvt.ru