

УДК 621.396

Анализ характеристик рассеяния металлических объектов на основе интегрального уравнения

А.П. Преображенский✉, В.В. Маркин, А.О. Хацкелева, Ю.П. Преображенский

Воронежский институт высоких технологий, Воронеж, Россия

В работе рассмотрена задача определения характеристик рассеяния металлических объектов на основе интегрального уравнения Фредгольма 2 рода. Показано, каким образом формируется интегральное уравнение для объекта произвольной формы, представленного в виде тела вращения. Приведены примеры расчета характеристик рассеяния для металлического прямоугольного параллелепипеда и шара.

Ключевые слова: электродинамический объект, ток, поле, интегральное уравнение, метод.

Analysis of scattering characteristics of metal objects based on integral equation

A.P. Preobrazhenskiy✉, V.V. Markin, A.O. Hatskeleva, Yu.P. Preobrazhenskiy

Voronezh Institute of High Technologies, Voronezh, Russia

The paper discusses the problem of determining the scattering characteristics of metallic objects based on the Fredholm integral equation of the 2nd kind. It is shown how an integral equation is formed for an object with an arbitrary shape and represented as a body of rotation. Examples of calculating scattering characteristics for a metal rectangular parallelepiped and a sphere are given.

Keywords: electrodynamic object, current, field, integral equation, method.

В настоящее время электродинамические устройства активным образом применяются и используются в различных практических областях. Можно отметить развитие беспроводных сетей связи, которые используются как для передачи информации, так и для управления удаленными объектами.

При оценке характеристик распространения и рассеяния электромагнитных волн необходимо применять соответствующие методы, которые должны учитывать сложную структуру электродинамических объектов [1, 2]. Во многих случаях эффективным является использование метода интегральных уравнений.

Целью данной работы является проведение анализа возможностей применения метода интегральных уравнений для определения характеристик рассеяния металлических электродинамических объектов.

Для решения задач, связанных с определением характеристик рассеяния электромагнитных волн на разных металлических объектах применяется математический аппарат электродинамики. На его основе без необходимости проведения экспериментальных исследований, можно давать оценки по рассеянным полям.

Интегральное уравнение [3], которое будет соответствовать магнитному полю в некоторой точке M вне объекта при наблюдении в точке Q на поверхности объекта, записывается следующим образом:

$$H(M) = \frac{1}{4\pi} \int_D [j_0, \text{grad}_Q \frac{e^{ikR_{MQ}}}{R_{MQ}}] dV_Q + \oint_S \{ [\text{grad}_P \frac{e^{ikR_{MQ}}}{R_{MQ}} [n_P, H(P)]] + i\omega \varepsilon [n_P, E(P)] \frac{e^{ikR_{MQ}}}{R_{MQ}} - (n_P, H(P)) \text{grad}_P \frac{e^{ikk}}{R_{MQ}} \} dS_P, k = \omega \sqrt{\varepsilon \mu}. \quad (1)$$

Здесь выполняются условия на границе металла:

$$[n, E] = 0, P \in S, \quad (2)$$

S задает поверхность на которой реализуются процессы рассеяния. На рисунке 1 показана схема электродинамического металлического объекта D . Введены следующие обозначения: D_e – область, которая является внешней по отношению к той, которую занимает объект D , S – поверхность, которая ограничивает анализируемый объект, P – точка на поверхности объекта, относительно которой проводится интегрирование, n – внешняя нормаль, которая приведена из этой точки, M – точка в которой проводится интегрирование.

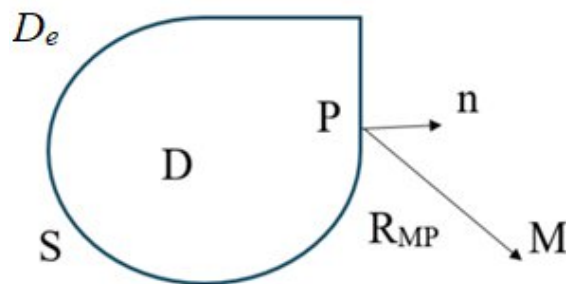


Рисунок 1. Схема электродинамического объекта

Считаем в ходе вычислений, что внутри ограниченной области находятся сторонние токи $j_0(Q)$. При этом первый член в (1) соответствует магнитному полю $H_0(M)$, которое будет наблюдаться, когда не будет использоваться металлический объект.

$$H_0(M) = \frac{1}{4\pi} \int_D [j_0, \text{grad}_Q \frac{e^{ikR_{MQ}}}{R_{MQ}}] dV_Q. \quad (3)$$

Можно отметить, что справедливо следующее граничное условие, если анализируемый объект является металлическим

$$(n, S) |_S = 0. \quad (4)$$

В точке, которая находится на поверхности объекта [4] ток определяется так:

$$j(P) = [n_P, H(P)]. \quad (5)$$

Тогда (1) будет записано следующим образом:

$$H(M) = H_0(M) + \frac{1}{4\pi} \oint_S [\text{grad}_P \frac{e^{ikR_{MQ}}}{R_{MQ}}, j(P)] dS_P. \quad (6)$$

В интеграле кружок показывает, что интегрирование ведется по замкнутой поверхности. Эта запись соответствует случаю, когда анализируется потенциал двойного слоя. Выполняется предельное соотношение

$$\lim_{M \rightarrow P_0} \oint_S [j(P), \text{grad}_P^e \frac{ikR_{MQ}}{R_{MQ}}] dS_P = \oint_S [j(P), \text{grad}_P^e \frac{ikR_{P_0P}}{R_{P_0P}}] dS_P - 2\pi [j(P_0), n_{P_0}]. \quad (7)$$

Обозначение grad соответствует взятию градиента от функции, которая стоит правее него. Рассмотрим выражение (6), когда $M \rightarrow S$. При этом с учетом (4)

$$H(P_0)|_S = [j(P_0), n_{P_0}]. \quad (8)$$

Тогда получим уравнение по току $j(P)$

$$\frac{1}{2} [j(P_0), n_{P_0}] = H_0(P_0) + \frac{1}{4\pi} \oint_S [\text{grad}_P^e \frac{ikR_{PP_0}}{R_{PP_0}}, j(P)] dS_P. \quad (9)$$

Если обозначить первичный ток следующим образом:

$$j^{\text{перв}}(P_0) = [n_{P_0}, H_0(P)], \quad (10)$$

и провести векторное умножение на n_B , то уравнение Фредгольма 2-го рода запишется следующим образом:

$$j(P_0) + \frac{1}{2\pi} \oint_S [n_{P_0}, [j(P), \text{grad}_P^e \frac{ikR_{PP_0}}{R_{PP_0}}]] dS_P = 2j^{\text{перв}}(P_0). \quad (11)$$

Следует отметить, что если задан вид возбуждающей функции, то (11) будет иметь решение при любом токе $j^{\text{перв}}$. Если рассматривать уравнение (9), то в нем будет слабополярное ядро [5]. Тогда если при анализе уравнения [6], являющимся однородным, будет наблюдаться нулевое решение, будет наблюдаться нулевое решение, то обеспечивается однозначная разрешимость (11), если есть любой непрерывный ток $j^{\text{перв}}$.

Если рассматривать уравнение, которое будет однородным и союзным к (9), то получится

$$\left[\eta(P_0), n_{P_0} \right] + \frac{1}{2\pi} \oint_S \left[\eta(P), \text{grad}_P^e \frac{-ikR_{PP_0}}{R_{PP_0}}, j(P) \right] dS_P = 0. \quad (12)$$

Можно продемонстрировать, что в (12) будет решение, являющимся нетривиальным лишь в тех случаях, если в граничной задаче тоже будут нетривиальные решения [7], при том, что на ограниченной поверхности S справедливым является граничное условие

$$[n, H]|_S = 0. \quad (13)$$

Если рассматривать ограниченную область поверхностью S , то, основываясь на подходе Стрэттона-Чу [8, 9], получим

$$E(M) = -\frac{1}{4\pi} \oint_S [n(P), E(P)], \text{grad}_P^e \frac{-ikR_{MP}}{R_{MP}}] dS_P. \quad (14)$$

При учете особенностей, связанных с потенциалом двойного слоя и обеспечении предела $M \rightarrow P_0$, придем к уравнению

$$\frac{1}{2} [n_{P_0}, E(n_{P_0})] = -\frac{1}{4\pi} \oint_S [n(P), E(P)], \text{grad}_P^e \frac{-ikR_{PP_0}}{R_{PP_0}}] dS_P,$$

тогда, учитывая, что

$$[n_P, E(P)]|_S = \eta(P)$$

и

$$\text{grad}_P \frac{e^{-ikR_{PP_0}}}{R_{R_{PP_0}}} = -\text{grad}_{P_0} \frac{e^{ikR_{PP_0}}}{R_{R_{PP_0}}},$$

придем к (12).

Из этого вытекает, что в качестве решения уравнения (12) для электрического поля рассматривается касательная компонента в том случае, когда существуют нетривиальные решения по внутренней краевой задаче. Справедливо и обратное утверждение. То есть, при нетривиальных решениях в (12) из (14) внутри ограниченной области S можно найти электрическое поле.

Если рассматривать однородное интегральное уравнение (12), то для него существуют характеристические числа, связанные с множеством частот. В таком случае будет однозначная разрешимость уравнения (11), если при некотором k , число $\frac{1}{2\pi}$ не рассматривается в виде характеристического числа в (12).

Когда выводилось уравнение (11), то будет обеспечиваться его разрешимость в случае выбранных k , если используются токи $j^{\text{перв}}$, которые вытекают из (10). Можно опираться на теорию потенциала в ходе рассмотрения металлического объекта, для того, чтобы построить интегральное уравнение второго рода. Тогда рассматриваем потенциал двойного слоя [10], представим электрическое поле следующим образом для области вне S :

$$E(M) = E_0(M) - \frac{1}{4\pi} \oint_S [j^m(P), \text{grad}_P \frac{e^{-ikR_{MP}}}{R_{R_{MP}}}] dS_P.$$

При этом, если нет металлического объекта, $E_0(M)$ соответствует полю заданных источников. В двойном слое плотность потенциала будет $j^m(P)$. В таком случае придем к интегральному уравнению, с учетом выполнения условий (2)

$$j^m(P_0) - \frac{1}{2\pi} \oint_S [n_{P_0}, [j^m(P), \text{grad}_P \frac{e^{-ikR_{MP}}}{R_{R_{MP}}}] dS_P = -2j_m^{\text{перв}}, \quad (15)$$

при этом

$$j_m^{\text{перв}} = [n_{P_0}, E(P_0)]. \quad (16)$$

Если рассматривать (15) с точки зрения учета слабополярного ядра, то анализ показывает, что только в случае нерезонансного объема D будет однозначная разрешимость.

Во многих случаях для того, чтобы интегральные уравнения второго рода были решены исследователями, используется сведение их к системе алгебраических уравнений. В общем случае (12) и (15) будут не скалярными, а векторными. Тогда размер соответствующих матриц в системе уравнений будет заметно влиять на точность решения [11]. Это будет вести к определенному ограничению возможных размеров анализируемых электродинамических объектов.

Существуют возможности для снижения размерности решаемых задач. Например, это будет наблюдаться в том случае, если проводится моделирование тел вращения. Рассмотрим соответствующие интегральные уравнения.

Пусть существует некоторая ось z , вокруг которой происходит вращение кривой C . Тогда будет образовываться поверхность S . Удобно с учетом симметрии использовать систему координат, которая является цилиндрической (ρ, φ, z) . Тогда для кривой C уравнение представляется так:

$$\rho = \rho(L_1), z = z(L_1), 0 \leq L_1 \leq L.$$

При этом длина дуги рассматривается как параметр L_1 . В таком случае для поверхности S уравнение записывается так с учетом единичных векторов:

$$r = e_\rho \rho(L_1) + e_z z(L_1).$$

В цилиндрической системе координат единичные векторы будут такими: e_ρ, e_φ, e_z . Если рассматривать точку M с координатами (L_1, φ) на поверхности S , то в ней касательные векторы e_{L_1} и e_φ будут такими:

$$e_{L_1} = \frac{\partial r}{\partial L_1} = e_\rho \frac{\partial \rho}{\partial L_1} + e_z \frac{\partial z}{\partial L_1} = \{e_1 \cos \varphi + e_2 \sin \varphi\} \frac{\partial \rho}{\partial L_1} + e_z \frac{\partial z}{\partial L_1},$$

$$e_\varphi = -e_1 \sin \varphi + e_2 \cos \varphi.$$

Требуется учесть, что e_1, e_2, e_z соответствуют единичным векторам в декартовой системе координат. На поверхности S в точке S нормаль представляется как

$$n = [n_\varphi, n_{L_1}] = \{e_1 \cos \varphi + e_2 \sin \varphi\} \frac{\partial z}{\partial L_1} - e_z \frac{\partial \rho}{\partial L_1}.$$

В точке M на поверхности S ток $j(M)$ представляется в виде разложения

$$j(M) = e_{L_1} j_{L_1}(\varphi, L_1) + e_\varphi j_\varphi(\varphi, L_1).$$

Тогда от векторного представления (11) переходим к скалярному

$$j_\varphi(\varphi, L_1) = 2(e_{L_1}(M), H_0(M)) + \frac{1}{2\pi} \int_C \int_0^{2\pi} \{j_{L_1}(\varphi', L_1') (e_{L_1}(M), \text{grad}_P \Psi, e_{L_1}(P)) +$$

$$+ j_\varphi(\varphi', L_1') (e_{L_1}(M), \text{grad}_P \Psi, e_\varphi(P))\} \rho' dL_1' d\varphi', \quad (17)$$

$$- j_\varphi(\varphi, L_1) = 2(e_\varphi(M), H_0(M)) + \frac{1}{2\pi} \int_C \int_0^{2\pi} \{j_{L_1}(\varphi', L_1') (e_\varphi(M), \text{grad}_P \Psi, e_{L_1}(P)) +$$

$$+ j_\varphi(\varphi', L_1') (e_\varphi(M), \text{grad}_P \Psi, e_\varphi(P))\} \rho' dL_1' d\varphi'.$$

В ходе рассмотрения точка $M \in S$ имеет координаты $\varphi, L_1, \varphi', L_1', \Psi = \frac{e^{ikR_{MP}}}{R_{MP}}$, токи j_{L_1} и j_φ раскладываем в ряд Фурье относительно угловой координаты φ . В таком случае

$$j_{L_1}(\varphi, L_1) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} j_{L_1}^{(m)}(L_1) e^{im\varphi},$$

$$j_\varphi(\varphi, L_1) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} j_\varphi^{(m)}(L_1) e^{im\varphi}. \quad (18)$$

Анализ показывает, что в системе (17) есть зависимость ядер от $\varphi - \varphi'$. Эти ядра с использованием ряда Фурье записываются так:

$$\frac{1}{2\pi} (e_\alpha(M), \text{grad}_P \Psi, e_\beta(P)) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} K_{\alpha\beta}^{(m)}(L, L') e^{im(\varphi - \varphi')}. \quad (19)$$

Если (18) и (19) подставить в (17) то будет сформирована система уравнений, в которой неизвестными являются граничные токи

$$\begin{aligned} j_{L_1}^{(m)}(L_1) - \int_C \{K_{L_1 L_1}^{(m)}(L, L_1') j_{L_1}^{(m)}(L_1') + K_{L_1 \varphi}^{(m)}(L, L_1') j_{\varphi}^{(m)}(L_1')\} \rho' dL_1' &= 2f_{L_1}^{(m)}(L_1), \\ j_{\varphi}^{(m)}(L_1) + \int_C \{K_{\varphi L_1}^{(m)}(L, L_1') j_{L_1}^{(m)}(L_1') + K_{\varphi \varphi}^{(m)}(L, L_1') j_{\varphi}^{(m)}(L_1')\} \rho' dL_1' &= -2f_{\varphi}^{(m)}(L_1), \end{aligned} \quad (20)$$

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

В представленных уравнениях (20) гармоники $j_{L_1}^{(m)}(L_1)$ и $j_{\varphi}^{(m)}(L_1)$ соответствуют падающему полю, при этом

$$\begin{aligned} (e_{L_1}, H_0)|_S &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} f_{L_1}^{(m)}(L_1) e^{im\varphi}, \\ (e_{\varphi}, H_0)|_S &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} f_{\varphi}^{(m)}(L_1) e^{im\varphi}. \end{aligned}$$

Проведенные преобразования позволили перейти от векторного представления к двум одномерным уравнениям, содержащих гармоники поверхностного тока. Рассмотрим случай, когда электромагнитная волна будет падать на импедансный объект. Тогда граничное условие представляется так, с учетом того, что W – поверхностный импеданс

$$[n, E]|_S = W[n, j]|_S, \quad (21)$$

а приближение Стрэттона-Чу записывается в виде

$$\begin{aligned} H(M) = H_0(M) + \frac{1}{4\pi} \oint_S \{i\omega\varepsilon W[n, j] \frac{e^{ikR_{MP}}}{R_{MP}} - [j, grad_P \frac{e^{ikR_{MP}}}{R_{MP}}] - \\ - (n, H) grad_P \frac{e^{ikR_{MP}}}{R_{MP}}\} dS_P. \end{aligned} \quad (22)$$

Если рассматривать предел $M \rightarrow P_0$, то будет слагаемое, которое мы выносим вне интеграла $\frac{1}{2}(n(P_0), H(P_0))n$, но при вычислении для $H(P_0)$ касательной компоненты на S это слагаемое обращается в 0. Кроме того, можно учесть такое слагаемое:

$$(n, H(P)) = \frac{1}{i\omega\varepsilon} (n, rot(Wj)).$$

В таком случае уравнение для тока j который будет на поверхности S , записывается так:

$$\begin{aligned} j_0(P_0) + \frac{1}{2\pi} \oint_S \{[n(P_0)[j(P) grad_P \frac{e^{ikR_{P_0P}}}{R_{P_0P}}]] - \\ - i\omega\varepsilon W[n(P_0)[n(P), j(P)]] \frac{e^{ikR_{P_0P}}}{R_{P_0P}} + \frac{i}{\omega\varepsilon} (n(P), rot(Wj)) \times \\ \times [n(P_0), grad_P \frac{e^{ikR_{P_0P}}}{R_{P_0P}}]\} = 2j^{перв}(P_0). \end{aligned}$$

Для того, чтобы определить токи на поверхности металлического электродинамического объекта предлагается использовать метод коллокаций [13]. В качестве базисных функций предлагается применять кусочно-постоянные функции, в качестве пробных функций – δ -функции Дирака. После того, как определены токи на поверхности объекта, можно для расчета рассеянного поля использовать интеграл Кирхгофа [9].

Приведем пример расчета полей рассеяния электродинамических объектов. Пусть рассматривается негладкий объект, например, прямоугольный параллелепипед, имеющий размеры $3,2\lambda \times 4,1\lambda \times 3,9\lambda$. Длина падающей волны была равна $\lambda = 0,025$ м. В ходе рассмотрения расчета рассеянных полей поверхность параллелепипеда разбивалась на определенное число точек N. Невязка решения, которая соответствует току, который найден на поверхности объекта, приведена для двух поляризаций падающей электромагнитной волны в зависимости от N в таблице.

Таблица

Невязка решения в зависимости от числа точек разбиения

	Число точек разбиения поверхности, N		
	2010	3020	3900
Невязка решения для E-поляризации, %	0,13	0,09	0,063
Невязка решения для H-поляризации, %	0,14	0,088	0,059

Невязка является величиной, которая оценивает точность решения рассматриваемого интегрального уравнения. Из таблицы видно, что при числе точек разбиения поверхности объекта более 3900 значение невязки является достаточным для использования на практике [14] для вычисления характеристик рассеяния, которые соответствуют двум поляризациям падающей электромагнитной волны. Полученное число точек может быть использовано при анализе требуемых объемов памяти при расчетах на компьютере.

Рассматривалось тело вращения в виде металлического шара с радиусом 1 м. Длина падающей электромагнитной волны $\lambda = 0,3$ м. На рисунке 2 приведены значения эффективной поверхности рассеяния (ЭПР) [12] шара в зависимости от угла наблюдения.

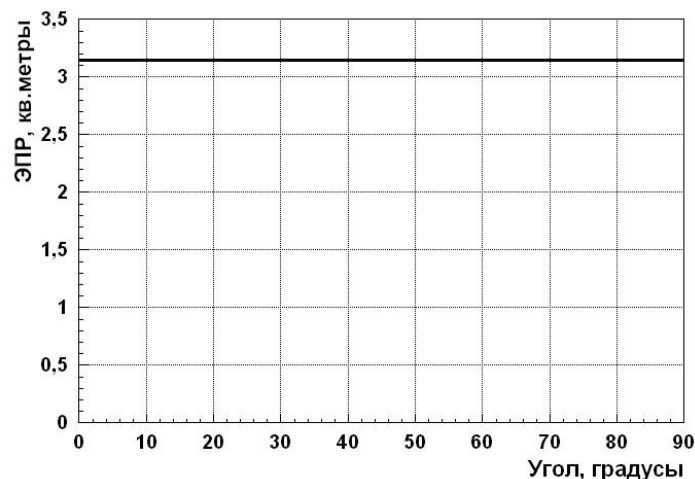


Рисунок 2. Иллюстрация зависимости ЭПР металлического шара от угла наблюдения

Заключение. В работе решена задача, связанная с формированием интегральных уравнений для того, чтобы давать оценки характеристик металлических объектов. В ходе построения интегральных уравнений требовалось удовлетворение граничным условиям, а также теории потенциала двойного слоя. Показана возможность снижения размерности решаемой задачи при представлении объекта в виде тела вращения. Показаны примеры расчета характеристик рассеяния при решении интегрального уравнения методом коллокации и использовании приближения Стрэттона-Чу.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Унгер А.Ю. Анализ возможностей пассивной радиолокации при работе в диапазоне ультракоротких волн / А.Ю. Унгер // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. – 2023. – Т. 11. – № 2 (41). – URL: <https://moitvvt.ru/ru/journal/pdf?id=1354> (дата обращения: 18.10.2024).
2. Аветисян Т.В. Проблемы дифракции радиоволн при проектировании электродинамических объектов / Т.В. Аветисян // Перспективы развития технологий обработки и оборудования в машиностроении: Сборник научных статей 2-й Всероссийской научно-технической конференции. – Воронеж: ЗАО «Университетская книга», 2024. – С. 28-32.
3. Бояркин В.А. Алгоритмизация расчета электродинамических структур на основе метода интегральных уравнений / В.А. Бояркин, Ю.П. Преображенский // Поколение будущего: Взгляд молодых ученых – 2023: Сборник научных статей 12-й Международной молодежной научной конференции. В 4-х томах. – Курск: ЗАО «Университетская книга», 2023. – С. 35-37.
4. Анализ особенностей распознавания трехмерных электродинамических объектов / Н.А. Бельков, К.С. Царев, А.С. Скобцова [и др.] // Актуальные проблемы инновационных систем информатизации и безопасности: Материалы международной научно-практической конференции. – Воронеж: Издательско-полиграфический центр «Научная книга», 2024. – С. 35-38.
5. Васильева А.Б. Интегральные уравнения / А.Б. Васильева, Н.А. Тихонов. – 2-е изд., стереот. – Москва: Физматлит, 2002. – 160 с.
6. О возможностях моделирования рассеяния волн на объектах со сложной формой в ходе их проектирования / А.М. Бородай, Г.А. Белоусов, Д.С. Судаков [и др.] // Перспективы развития технологий обработки и оборудования в машиностроении: Сборник научных статей 2-й Всероссийской научно-технической конференции. – Воронеж: ЗАО «Университетская книга», 2024. – С. 90-93.
7. Аветисян Т.В. Применение метода интегральных уравнений при проектировании электродинамических объектов / Т.В. Аветисян // Перспективы развития технологий обработки и оборудования в машиностроении: Сборник научных статей 2-й Всероссийской научно-технической конференции. – Воронеж: ЗАО «Университетская книга», 2024. – С. 25-28.
8. Львович А.И. Анализ особенностей методов расчета характеристик рассеяния радиоволн / А.И. Львович // Молодежь и системная модернизация страны: Сборник научных статей 7-й Международной научной конференции студентов и молодых ученых. В 5-ти томах. – Курск: Юго-Западный государственный университет, 2022. – Т. 3. – С. 396-399.
9. Кофнов О.В. Анализ решения интеграла Френеля-Кирхгофа применительно к задачам обработки изображений дифракционных картин / О.В. Кофнов, Е.Л. Лебедев, А.В. Михайленко // Вестник Вологодского государственного университета. Серия: Технические науки. – 2018. – № 1 (1). – С. 41-46.

10. Исламгалиев Д.В. Адсорбционный потенциал двойного электрического слоя на границе двухфазной среды / Д.В. Исламгалиев // Мониторинг. Наука и технологии. – 2022. – № 1 (51). – С. 47-57.

11. Аветисян Т.В. Моделирование процессов восстановления радиолокационных изображений / Т.В. Аветисян, М.В. Питолин, Ю.П. Преображенский // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. – 2023. – Т. 11 – № 4 (43). – URL: <https://moitvvt.ru/ru/journal/pdf?id=1399> (дата обращения: 18.10.2024).

12. Рой Р.И. Актуальность задачи формообразования малых тел со сниженными значениями эффективной площади рассеяния / Р.И. Рой, М.Ю. Куприков, А.А. Ниженко // Вестник Московского авиационного института. – 2012. – Т. 19. – № 3. – С. 170-174.

13. Усков И.А. Сравнение метода конечных разностей и метода коллокаций по определению критических сил стержней переменного сечения / И.А. Усков // Colloquium-Journal. – 2019. – № 16-2 (40). – С. 99-101.

14. Танана В.П. О приближенном решении интегрального уравнения Фредгольма первого рода методом невязки / В.П. Танана, Е.Ю. Вишняков, А.И. Сидикова // Сибирский журнал вычислительной математики. – 2016. – Т. 19. – № 1. – С. 97-105.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Преображенский Андрей Петрович, доктор технических наук, профессор, Воронежский институт высоких технологий, Воронеж, Россия.

e-mail: app@vvt.ru

Маркин Виктор Викторович, студент, Воронежский институт высоких технологий, Воронеж, Россия.

e-mail: Marrkin_Vik10@yandex.ru

Хацкелева Алина Олеговна, студент, Воронежский институт высоких технологий, Воронеж, Россия.

e-mail: Alinka_22Hats@yandex.ru

Преображенский Юрий Петрович, кандидат технических наук, доцент, Воронежский институт высоких технологий, Воронеж, Россия.

e-mail: petrovich@vvt.ru