

УДК 621.396.67

Средства математического обеспечения процедур анализа процессов распространения горизонтально и вертикально поляризованных волн в условиях систем сотовой связи

И.С. Киреев¹, И.В. Зубарев¹, В.Л. Бурковский¹, А.И. Панина²

¹Воронежский государственный технический университет, Воронеж, Россия ²АО «Концерн «Созвездие», Воронеж, Россия

Современные системы сотовой связи, в результате их активного развития, требуют детальной проработки их структуры на этапе проектных решений. Важной особенностью является анализ и моделирование систем сотовой связи как на топологическом уровне, так и на физическом уровне, то есть на уровне электромагнитного взаимодействия. Топологическое моделирование позволяет проанализировать систему сотовой связи с точки зрения распределенной системы и дать ответы на вопросы оптимального размещения сотовой связи. Данный подход является необходимым, но не достаточным, поскольку необходимо учитывать физические основы распространения электромагнитных составляющих, для этого вводится понятие трассы распространения, а также проводится анализ коэффициентов отражения сигналов (волн) на рассмотренной трассе.

Ключевые слова: горизонтально и вертикально поляризованные волны, распространение радиоволн, перенос энергии, средства математического обеспечения.

Means of mathematical support for procedures for analyzing the processes of propagation of horizontally and vertically polarized waves in cellular communication systems

I.S. Kireev¹, I.V. Zubarev¹, V.L. Burkovsky¹, A.I. Panina²

¹Voronezh State Technical University, Voronezh, Russia ²JSC Concern Sozvezdie, Voronezh, Russia

Modern cellular communication systems, as a result of their active development, require detailed study of their structure at the stage of design decisions. An important feature is the analysis and modeling of cellular communication systems both at the topological level and at the physical level, that is, at the level of electromagnetic interaction. Topological modeling allows you to analyze the cellular communication system from the point of view of a distributed system, and provide answers to the questions of optimal placement of cellular communications. This approach is necessary, but not sufficient, since it is necessary to consider the physical basis of the propagation of electromagnetic components, for this purpose the concept of a propagation path is introduced, and the reflection coefficients of signals (waves) on the considered path are analyzed.

Keywords: horizontally and vertically polarized waves, propagation of radio waves, energy transfer, means of mathematical support.

Вопросы анализа процессов переноса в системах сотовой связи на основе соответствующих моделей рассмотрены в работе [1]. В основе данной работы лежит описание математических моделей распространения электромагнитных волн для одиночных препятствий. Данные модели хорошо применимы для простейших случаев, когда не учитывается тип поляризации (горизонтальная и вертикальная). Для реальных систем сотовой связи целесообразно проводить моделирование как для горизонтально,

так и для вертикально поляризованных волн, поскольку приемное устройство (мобильный телефон, планшет, ноутбук) имеет произвольное расположение в пространстве, и именно этот фактор является решающим в рамках представленной работы.

В публикации [2] приводятся результаты моделирования в виде расчета модулей и аргументов коэффициентов отражения. В результате моделирования было установлено, что основным параметром является угол падения, однако данные исследования справедливы для плоской волны.

На рисунке 1 приведен эскиз трассы распространения.



Рисунок 1. Эскиз трассы распространения

На эскизе имеется передающая и приемная антенны, расположенные на высотах h_1 и h_2 соответственно. Координата x_0 характеризует геометрическое место точек, на котором осуществляется отражение и, также является точкой на границе раздела двух сред. Расстояние $E_{\rm np}$ характеризует прямую видимость на трассе, а $E_{\rm orp}$ – отраженный сигнал. Величина X является модулем $E_{\rm np}$. Расстояния у и х определяют зону Френеля.

В качестве исходных данных выступает длина волны λ (в метрах) распространяемого сигнала, ранее обозначенные высоты h_1 передающей и h_2 приемной антенны (в метрах), проводимость поверхности σ (в Сименсах), диэлектрическая проницаемость поверхности ε_s , а также среднеквадратическое значение неровности $\sigma_{\Delta h}$ (в метрах), мощность передатчика P (в Ваттах) и коэффициент усиления D передающей антенны.

Проводимость поверхности и её диэлектрическая проницаемость являются свойствами поверхности (справочными характеристиками). При расчете будем руководствоваться данными, характерными для влажной почвы.

Расчет характеристик начинается с определения комплексной диэлектрической проницаемости в виде

$$\varepsilon_{\kappa} = \varepsilon_s - i \cdot 60\lambda\sigma. \tag{1}$$

Угол отражения задается функцией вида

$$\gamma(r) = \operatorname{atan}\left(\frac{h_1 + h_2}{r}\right),\tag{2}$$

где переменная *r*, характеризует зависимость рассматриваемых коэффициентов от расстояния.

Путь прямого и отраженного луча определяются следующими функциями:

$$r_{\rm np}(r) = \sqrt{r^2 + (h_1 - h_2)^2},\tag{3}$$

$$r_{\rm orp}(r) = \sqrt{r^2 + (h_1 + h_2)^2}.$$
(4)

Разность хода прямого и отраженного лучей рассчитываются по формуле

$$\Delta_r(r) = r_{\rm np}(r) - r_{\rm orp}(r). \tag{5}$$

Разность фаз между прямым и отраженным лучом задается функцией

$$\alpha(r) = \frac{2\pi\Delta_r(r)}{\lambda}.$$
(6)

Из [3] известно, что коэффициент отражения для горизонтально поляризованной волны (ГПВ) можно определить следующим образом:

$$R_{\rm r}(r) = \frac{\sin(\gamma(r)) - \sqrt{\varepsilon_{\rm K} - \cos(\gamma(r))^2}}{\sin(\gamma(r)) + \sqrt{\varepsilon_{\rm K} - \cos(\gamma(r))^2}}.$$
(7)

Для коэффициента отражения вертикально поляризованных волн (ВПВ) справедливо соотношение

$$R_{\rm B}(r) = \frac{\varepsilon_{\rm K} \sin(\gamma(r)) - \sqrt{\varepsilon_{\rm K} - \cos(\gamma(r))^2}}{\varepsilon_{\rm K} \sin(\gamma(r)) + \sqrt{\varepsilon_{\rm K} - \cos(\gamma(r))^2}}.$$
(8)

Коэффициент ослабления зеркальной составляющей вычисляется в следующем виде:

$$\rho_{3}(r) = \exp\left(-2\left(\frac{2\pi\sigma_{\Delta h}\sin(\gamma(r))}{\lambda}\right)^{2}\right).$$
(9)

Для оценки коэффициентов зеркального отражения необходимо иметь сведения о диффузной составляющей отражения. Диффузным отражением принято считать отражение, отличное от зеркального отражения. Как правило, данные значения получают опытным путем. Расчет коэффициента ослабления диффузионной составляющей по оси X и Y выполняем по следующим формулам:

$$vs = lspline(vx, vy), \tag{10}$$

$$\rho_{x}(r) = \frac{\sigma_{\Delta h}}{\lambda} \sin(\gamma(r)), \qquad (11)$$

$$\rho_{\rm A}(r) = interp\left(vs, vx, vy, \rho_{\rm X}(r)\right),\tag{12}$$

где оператор *lspline*(*) подразумевает интерполяцию сплайнами величин *vx* и *vy*, полученные опытным путем, а оператор *interp*(*) выполняет интерполяцию для расчета коэффициента ослабления диффузионной составляющей.

Вестник Воронежского института высоких технологий /	2024;18(1)
Bulletin of the Voronezh Institute of High Technologies	https://vestnikvivt.ru

Зная коэффициент $\rho_{\rm d}(r)$, а также коэффициенты отражения вертикально и горизонтально поляризованных волн не трудно рассчитать коэффициенты зеркального и диффузионного отражения для ГПВ и ВПВ. Коэффициент зеркального отражения ГПВ определяется формулой

$$R_{\rm 3r}(r) = \rho_{\rm 3}(r)R_{\rm r}(r). \tag{13}$$

Коэффициент зеркального отражения ВПВ определяется формулой

$$R_{3B}(r) = \rho_3(r)R_B(r). \tag{14}$$

Коэффициент диффузного отражения ГПВ определяется формулой

$$R_{\rm dr}(r) = \rho_{\rm d}(r)R_{\rm r}(r). \tag{15}$$

Коэффициент диффузного отражения ВПВ определяется формулой

$$R_{\rm dB}(r) = \rho_{\rm d}(r)R_{\rm B}(r). \tag{16}$$

На рисунке 2 представлены зависимости коэффициента ослабления зеркальной и диффузной составляющей распространения.



Рисунок 2. Диффузная и зеркальная составляющие

Исходя из заданных параметров мощности и коэффициента усиления передающей антенны, зная путь прямого луча $r_{np}(r)$, можно рассчитать напряженность поля прямого луча по следующей формуле:

$$E_{\rm np}(r) = \frac{\sqrt{30 \cdot P \cdot D}}{r_{\rm np}(r)}.$$
(17)

Напряженность поля зеркально отраженных ГПВ определяется зависимостью

$$E_{\rm 3r}(r) = \frac{\sqrt{30 \cdot P \cdot D}}{r_{\rm orp}(r)} R_{\rm 3r}(r) \exp(-i\alpha(r)).$$
(18)

Напряженность поля зеркально отраженных ВПВ определяется зависимостью

$$E_{\rm 3B}(r) = \frac{\sqrt{30 \cdot P \cdot D}}{r_{\rm orp}(r)} R_{\rm 3B}(r) \exp\left(-i\alpha(r)\right) \cos(\gamma(r)). \tag{19}$$

Для диффузно отраженных ГПВ напряженность поля задается в виде

$$E_{\rm dr}(r) = \frac{\sqrt{30 \cdot P \cdot D}}{r_{\rm orp}(r)} R_{\rm dr}(r).$$
⁽²⁰⁾

Для диффузно отраженных ВПВ напряженность поля задается в виде

$$E_{\rm AB}(r) = \frac{\sqrt{30 \cdot P \cdot D}}{r_{\rm orp}(r)} R_{\rm AB}(r) \cos(\gamma(r)). \tag{21}$$

Результирующая напряженность поля ГПВ $E_{\Sigma_{\rm F}}(r)$ и ВПВ $E_{\Sigma_{\rm B}}(r)$ представляют собой модуль суммы напряженности поля прямого луча и соответствующих напряженностей зеркально отраженных ГПВ и ВПВ:

$$E_{\Sigma\Gamma}(r) = \left| E_{\Pi\Gamma}(r) + E_{3\Gamma}(r) \right|, \qquad (22)$$

$$E_{\Sigma B}(r) = |E_{\Pi p}(r) + E_{3B}(r)|.$$
(23)

На рисунке 3 приведены результирующие напряженности поля ГПВ и ВПВ, а также напряженность поля прямого луча.



Рисунок 3. Результирующие напряженности поля для ГПВ и ВПВ на фоне напряженности поля прямого луча

Для анализа точности имеет смысл оценить возможную ошибку, связанную с диффузионной составляющей, для этого необходимо задаться параметром N_{max} и провести оценку погрешности при $n = 0 \dots N_{max}$, при этом фазу диффузионного отражения ϕ_n примем равномерно распределенным в интервале от 0 до 2π с шагом $\pi/8$. Таким образом для ГПВ и ВПВ рассчитаем следующие значения:

$$\delta\Gamma(r,n) = \left| 1 - \frac{\left| E_{\rm np}(r) + E_{\rm 3r}(r) + E_{\rm dr}(r) \exp(-j\phi_n) \right|}{\left| E_{\rm np}(r) + E_{\rm 3r}(r) \right|} \right|,\tag{24}$$

$$\delta B(r,n) = \left| 1 - \frac{\left| E_{\pi p}(r) + E_{3r}(r) + E_{AB}(r) \exp(-j\phi_n) \right|}{\left| E_{\pi p}(r) + E_{3B}(r) \right|} \right|.$$
(25)

Вестник Воронежского института высоких технологий /	2024;18(1)
Bulletin of the Voronezh Institute of High Technologies	https://vestnikvivt.ru

На основе (26) и (27) можно определить взвешенное значение для ГПВ и ВПВ на основе следующих формул:

$$\delta\Gamma(r) = \sqrt{\frac{1}{N_{max} + 1} \sum_{n=0}^{N_{max}} \left(\delta\Gamma(r, n)\right)^2},$$
(26)

$$\delta B(r) = \sqrt{\frac{1}{N_{max} + 1} \sum_{n=0}^{N_{max}} (\delta B(r, n))^2}.$$
 (27)

На рисунке 4 представлены зависимости $\delta\Gamma(r)$ и $\delta B(r)$.



Рисунок 4. СКО для ГПВ и ВПВ

Систематическая ошибка для ГПВ и ВПВ определяется выражениями:

$$\delta\Gamma_{\rm CHCT}(r) = \frac{\left|E_{\rm np}(r) + E_{\rm 3r}(r)\right|}{\left|E_{\rm np}(r)\right|} - 1,$$
(28)

$$\delta B_{\rm CHCT}(r) = \frac{\left|E_{\rm np}(r) + E_{\rm 3B}(r)\right|}{\left|E_{\rm np}(r)\right|} - 1.$$
(29)

На рисунке 5 представлены зависимости систематической ошибки для ГПВ и ВПВ.



Рисунок 5. Систематическая ошибка для ГПВ и ВПВ

Вестник Воронежского института высоких технологий /	2024;18(1)
Bulletin of the Voronezh Institute of High Technologies	https://vestnikvivt.ru

Выводы. В рамках выполненного исследования приведено детальное представление методики расчета и анализа процессов переноса электромагнитной энергии на основе расчетов коэффициентов отражения и напряженностей поля для горизонтально и вертикально поляризованных волн. По результатам расчета представлена методика для оценки ошибки вычисления в виде среднеквадратичного отклонения, а также расчет систематической ошибки. Дальнейшей перспективой для развития данного исследования является реализация программного продукта для расчета соответствующих параметров с целью создания средства проектирования систем сотовой связи на основе представленного программного обеспечения.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Киреев И.С. Анализ процессов электромагнитного взаимодействия объектов в рамках систем сотовой связи / И.С. Киреев, И.В. Зубарев, В.Л. Бурковский // Вестник Воронежского государственного технического университета. – 2023. – Т. 19. – № 5. – С. 65-69.

2. Киреев И.С. Моделирование и анализ коэффициентов прохождения и отражения на границе раздела сред распространения радиоволн в системах сотовой связи / И.С. Киреев, И.В. Зубарев, В.Л. Бурковский, А.И. Панина // Вестник Воронежского государственного технического университета. – 2023. – Т. 19. – № 6. – С. 138-140.

3. Фризюк К.С. Общая физика. Оптика / К.С. Фризюк, Д.И. Маркина. – СПб.: Университет ИТМО, 2020. – 57 с.

4. Вентцель Е.С. Теория вероятностей / Е.С. Вентцель. – М.: Юстиция, 2018. – 658 с.

5. Чирцов А.С. Физическая оптика / А.С. Чирцов, К.Н. Баранов, Б.В. Богданов, В.С. Тучин, А.Р. Цветков, В.С. Шумгай. – СПб.: Университет ИТМО, 2022. – 207 с.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Киреев Иван Сергеевич, аспирант кафедры электропривода, автоматики и управления в технических системах, Воронежский государственный технический университет, Воронеж, Россия.

e-mail: vanchez_kireev@mail.ru, meл.: +7 (473) 243-77-20

Зубарев Игорь Валентинович, кандидат технических наук, доцент кафедры электропривода, автоматики и управления в технических системах, Воронежский государственный технический университет, Воронеж, Россия. *e-mail:* zubarev71@gmail.com, *men.:* +7 (473) 243-77-20

Бурковский Виктор Леонидович, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры электропривода, автоматики и управления в технических системах, Воронежский государственный технический университет, Воронеж, Россия. *e-mail:* bvl@vorstu.ru, *meл.:* +7 (473) 243-77-20

Панина Анна Игоревна, инженер, АО «Концерн «Созвездие», Воронеж, Россия. *e-mail:* <u>anizubareva@gmail.com</u>, *meл.:* +7 (996) 450-94-38